Universidade Federal do Rio Grande do Sul MAT 01167 – Equações Diferenciais II

Data: 25/11/2006

Turma:.....

Q1	Q2	Q3	Q4	Total

Nome: ______ $N^{\underline{o}}$ cartão: _____

TERCEIRA PROVA A

Questão 1 (2,5 pontos)

Dado o problema de valor inicial:

$$y'' - (2x+3)y' - y = 0$$

$$y(-1) = 1$$
, $y'(-1) = -1$.

- (a) Verifique que o ponto $x_0 = -1$ é um ponto ordinário da EDOLH
- (b) Determine sua solução pelo método das séries de potências, encontrando até o termo de ordem 5:

Questão 2 (3,0 pontos)

Dada a EDOLH

$$(x^3 + 2x^2)y'' - xy' - 2y = 0$$

- (a) Mostre que o ponto $x_0 = 0$ é um ponto singular regular da EDOLH
- (b) Determine uma solução pelo método de Frobenius.
- (c) Indique a forma da outra solução l.i., sem calcular os coeficientes.

Questão 3 (1,5 pontos)

Mostre que

$$\frac{d}{dx} \left[x^{-3} J_3(x) \right] = -x^{-3} J_4(x) .$$

onde
$$J_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!(n+m)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+n}$$

Questão 4 (3,0 pontos)

Determine soluções limitadas do problema de Neumann na região exterior do círculo unitário:

$$u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0 , D: (r > 1 , 0 < \theta < 2\pi)$$

$$u_r(1, \theta) = g(\theta)$$