

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
MAT 01167 – Equações Diferenciais II  
Data: 23/06/2007  
Turma:.....

Q1	Q2	Q3	Q4	Total

Nome: \_\_\_\_\_ Nº cartão: \_\_\_\_\_

### TERCEIRA PROVA A

#### Questão 1 (3,0 pontos)

Dado o problema de valor inicial:

$$xy'' - (x - 1)y' - y = 0$$

$$y(1) = 1, \quad y'(1) = 1.$$

- (a) Verifique que o ponto  $x_0 = 1$  é um ponto ordinário da EDOLH
- (b) Determine sua solução pelo método das séries de potências, encontrando até os cinco primeiros termos

#### Questão 2 (3,0 pontos)

Dada a EDOLH

$$x^2y'' + (5x - x^2)y' + 4y = 0$$

- (a) Mostre que o ponto  $x_0 = 0$  é um ponto singular regular da EDOLH
- (b) Determine uma solução pelo método de Frobenius.
- (c) Indique a forma da outra solução l.i., sem calcular os coeficientes.

#### Questão 3 (1 ponto)

(a) Indique a solução geral da EDOLH

$$x^2y'' + xy' + \left(x^2 - \frac{1}{16}\right)y = 0$$

(b) Indique uma solução não trivial da EDO

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 6y = 0$$

#### Questão 4 (3,0 pontos)

Resolva o problema de Dirichlet no setor circular:

$$u_{rr} + \frac{1}{r} u_r + \frac{1}{r^2} u_{\theta\theta} = 0, \quad \text{em } D : r < 1, 0 < \theta < \frac{\pi}{4}$$
$$u(r, 0) = 0, \quad u(r, \frac{\pi}{4}) = 0$$
$$u(1, \theta) = f(\theta)$$

Sabendo que o problema de contorno

$$\phi''(\theta) + \lambda\phi(\theta) = 0$$

$$\phi(0) = 0, \quad \phi(L) = 0$$

admite soluções não triviais somente para os seguintes valores:

$$\lambda_n = \frac{n^2\pi^2}{L^2}, \quad \text{para } n = 1, 2, 3, \dots$$

e as soluções correspondentes são

$$\phi_n(\theta) = \text{sen}\left(\frac{n\pi}{L}\theta\right)$$