MAT02253 - Inferência Estatística I
2ª Lista

Suzi Alves Camey

4 de abril de 2006

1. Suponha que $X_1, \ldots, X_6$ uma a.a. de uma população normal com média μ e variância σ^2. Determine k de modo que:

$$T_6 = k\left[(X_1 - X_2)^2 + (X_3 - X_4)^2 + (X_5 - X_6)^2\right]$$

seja um estimador não viciado de σ^2.

2. Obtenha a variância do estimador T_6 obtido na questão 1. Ele é mais eficiente que S^2?

3. Suponha que o tempo que um corredor gasta para correr um quilômetro é uma v.a. normal com média μ e variância σ^2. Suponha que ele participe de n_1 corridas em maio e n_2 em junho. Seja $\bar{X}_1$ o tempo médio em maio e $\bar{X}_2$ o tempo médio em junho.

   (a) Mostre que $T = a\bar{X}_1 + (1-a)\bar{X}_2$ é um estimador não-viciado para $\mu, \forall a$.

   (b) Encontre o valor de a que minimiza a variância de T, assumindo que $\bar{X}_1$ e $\bar{X}_2$ são INDEPENDENTES.

4. Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma a.a. de uma v.a. normal com média μ e variância σ^2, com n sendo par. Seja

$$T_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_{2i} - X_{2i-1})^2.$$

   (a) T_n é um estimador consistente para σ^2?

   (b) Compare T_n com S^2.

5. Seja $T \sim Exp(\lambda)$. Utilizando uma a.a. de tamanho n:

   (a) Construa um estimador não-viciado para $\frac{1}{\lambda}$ usando a estatística $W_n = \min(T_1, \ldots, T_n)$.

   (b) Qual estimador você prefere, o obtido em (a) ou $\bar{T}$? Justifique.

6. Suponha que T_n e V_n são dois estimadores não-viciados para o mesmo parâmetro θ. Mostre que existem infinitos estimadores não-viciados para θ.

7. Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma a.a. de tamanho $n = 4$ de uma distribuição exponencial com parâmetro $\lambda = 1$. Determine:

   (a) $P\left(X_{(3)} > 1\right)$.

   (b) $f_{X_{(1)},\ldots,X_{(4)}}$

8. Seja $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uma a.a. de uma distribuição $U(0;\theta)$. Determine as densidades de $X_{(1)}$ e $X_{(n)}$.

9. Considere a questão 8 com $\theta = 1$.

   (a) Encontre o menor n tal que $P\left(X_{(n)} \geq 0,99\right) \geq 0,95$.

   (b) $P\left(X_{(1)} \leq 0,1, X_{(n)} \leq 0,8\right) =?$

   (c) $P\left(X_{(1)} \leq 0,1, X_{(n)} \geq 0,8\right) =?$

   (d) Qual a probabilidade que o intervalo $\left[X_{(1)}; X_{(n)}\right]$ não contenha o ponto $1/3$?