

## 2a. Lista de Exercícios - MAT02255

Suzi Alves Camey

18 de outubro de 2005

1. Testar  $H_0 : p_1 = p_2$  vs  $H_1 : p_1 \neq p_2$  se 120 ensaios produzem 60 sucessos para o experimento I e 160 ensaios produzem 96 sucessos para o experimento II, onde  $p_1$  e  $p_2$  representam as probabilidades de sucesso nos dois experimentos. Use aproximação normal e  $\alpha = 0,05$ .
2. Tome uma amostra aleatória de 100 números aleatórios escolhendo o primeiro dígito dos 100 números aleatórios de uma tabela e registre o número de noves obtido. Tomando  $\alpha = 0,10$ , teste as hipóteses:
  - (a)  $H_0 : p = \frac{1}{10}$  vs  $H_1 : p > \frac{1}{10}$
  - (b)  $H_0 : p = \frac{1}{10}$  vs  $H_1 : p < \frac{1}{10}$
  - (c)  $H_0 : p = \frac{1}{10}$  vs  $H_1 : p \neq \frac{1}{10}$
3. Quarenta pares de ratos, estudados quanto a habilidade, são testados dando a um membro de cada par uma pílula estimulante. Corridas através de um labirinto são realizadas para cada par.

Construa um teste uniformemente mais poderoso para testar  $H_0 : p = \frac{1}{2}$  vs  $H_1 : p > \frac{1}{2}$ , onde  $p$  é a probabilidade de que um rato estimulado vença a corrida. Use aproximação normal e  $\alpha = 0,10$ . Obtenha a função potência do teste e faça um gráfico.
4. Dada uma amostra de tamanho 4 de uma variável normal com  $\sigma = 1$ , testar  $H_0 : \mu = 0$  vs  $H_1 : \mu \neq 0$  utilizando como região crítica as caudas da distribuição de  $\bar{X}$  correspondente a 2,5%. Calcule os valores da função poder do teste para  $\mu = 0, \pm\frac{1}{2}, \pm 1, \pm 2$  e represente-a graficamente.
5. Uma caixa contém 10 itens. A caixa é aceita se no máximo um item é defeituoso numa amostra de 4 itens. Encontre a função poder deste teste.
6. Determine a forma da melhor região crítica, com base numa amostra de tamanho  $n$ , para testar
  - (a)  $H_0 : \theta = \theta_0$  vs  $H_1 : \theta < \theta_0$ ;
  - (b)  $H_0 : \theta \geq \theta_0$  vs  $H_1 : \theta < \theta_0$ ,

- quando  $f(x|\theta) = \theta e^{-\theta x}$ ,  $x > 0$ ,  $\theta > 0$ . Os testes obtidos são UMP? Justifique. Obtenha a função poder do teste.
7. Dado  $f(x|\theta) = 1 + \theta^2 \left[ x - \frac{1}{2} \right]$ ,  $0 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq \theta \leq \sqrt{2}$ .
- Encontre uma melhor região crítica de tamanho  $\alpha = 0,1$ , para testar  $H_0 : \theta \leq 1$  vs  $H_1 : \theta > 1$ , com base num único valor observado de  $X$ .
  - O teste em (a) é um teste UMP? Justifique.
  - Obtenha a função poder do teste e faça um esboço do gráfico.
8. Obtenha o teste da razão da verossimilhança para testar  $H_0 : \lambda \leq \lambda_0$  contra  $H_1 : \lambda > \lambda_0$  quando  $\lambda$  é o parâmetro da distribuição exponencial. Considere uma amostra de tamanho  $n$  e tamanho do teste  $\alpha$ .
9. O tempo até a falha de um certo tubo à vácuo é uma v.a. exponencial com parâmetro  $\lambda > 0$ , quando um particular tipo de circuito é utilizado. Mil destes tubos são colocados em operação e a soma de seus tempos até a falha é 109652 horas.
- Com  $\alpha = 0,05$  você rejeitaria  $H_0 : \lambda \leq 0,008$  vs  $H_1 : \lambda > 0,008$  com base nessa amostra?
- Sugestão: Use o exercício anterior.
10. O número de acidentes por mês numa indústria segue a distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda$ . Dada uma amostra do número de acidentes por mês num dado ano, obtenha o teste da R.V. para testar  $H_0 : \lambda = \lambda_0$  contra  $H_1 : \lambda < \lambda_0$  para um valor fixo de  $\alpha$ .
- Para  $\alpha = 0,10$  e  $\lambda_0 = 2$ , você rejeitaria a hipótese nula? Suponha que a amostra obtida foi 1, 1, 0, 0, 0, 3, 1, 2, 2, 0, 0, 1.
11. O número de vezes que uma lâmpada elétrica pode ser ligada e desligada antes de queimar segue uma distribuição geométrica com parâmetro  $p$ . Dada uma amostra de 10 lâmpadas em que a soma do número de vezes que cada uma é ligada e desligada até queimar é 15169, você rejeitaria  $H_0 : p = 0,00005$  contra  $H_1 : p > 0,00005$  com  $\alpha = 0,05$ ? (Use o teste da R.V.)