Map0201 - Métodos Matriciais Computacionais
Primeira Lista de Exercícios, entregar no 2o encontro da 2a semana de aula

Assunto: Elementos básicos de Algebra Linear, normas vetoriais e matriciais

[1] Matrix Computations, G. Golub, C. Van Loan, 3a ed, 1996, SIAM.

[2] Numerical Linear Algebra and Applications, Biswa Nath Datta, 2a ed, 2010, SIAM.

Exercícios

1. P2.1.4 de [1].
2. P2.1.5 de [1].
3. P2.2.2 de [1].
4. P2.2.8 de [1].
5. 2.24 de [2]: para qualquer vetor $x \in \mathbb{R}^n$, mostre que $|x|_\infty \leq |x|_2 \leq |x|_1$.
6. 2.10 de [2]: Mostre que $|\lambda| \leq \|A\|$, onde λ é qualquer autovalor e $\|A\|$ é qualquer norma subordinada de uma matriz A.
7. P2.3.1 de [1].
8. P2.3.2 de [1].
9. P2.3.3 de [1].
10. P2.3.6 de [1].
11. P2.3.9 de [1]. Estabeleça a igualdade $|uv^T|_\infty = |u|_\infty |v|_1$.
12. 2.33 de [2]: Mostre que $\|A^T\|_2 = \|A\|_2$ e $\|A^T A\|_2 = \|A\|_2^2$.

Map0201 - Métodos Matriciais Computacionais
Segunda Lista de Exercícios, entregar no 2o encontro da 4a semana

Assunto: Perturbação e condicionamento.

[1] Matrix Computations, G. Golub, C. Van Loan, 3a ed, 1996, SIAM.

[2] Numerical Linear Algebra and Applications, Biswa Nath Datta, 2a ed, 2010, SIAM.

Exercícios

1. 2.31 de [2]: Sejam $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $x, y, z \in \mathbb{R}^n$, tais que $Ax = b$ e $Ay = b + z$. Mostre que

$$\frac{|z|_2}{\|A\|_2} \leq |x - y|_2 \leq \|A^{-1}\|_2 |z|_2$$

2. Demonstre o Teorema 2.3.4 de [1].
3. Demonstre o Lema 2.7.1 de [1].
4. Demonstre o Teorema 2.7.2 de [1].
5. Demonstre o Teorema 2.7.3 de [1]. (será removido)
6. P2.7.1 de [1].
7. P2.7.2 de [1].

Map0201 - Métodos Matriciais Computacionais
Terceira Lista de Exercícios, entregar no 1o encontro da 8a semana

Assunto: Sistemas Lineares.

[1] Matrix Computations, G. Golub, C. Van Loan, 3a ed, 1996, SIAM.

[2] Numerical Linear Algebra and Applications, Biswa Nath Datta, 2a ed, 2010, SIAM.

Exercícios

1. P3.1.1 de [1].

2. P3.1.5 de [1].

3. P3.2.2 de [1].

4. P3.2.4 de [1]. Apresente um algoritmo, similar ao Alg. 3.2.1 de [1], para fatoração $A = UL$ de uma matriz quadrada.

5. Abaixo, vemos uma implementação em *Scilab* do Alg. 3.2.1 de [1], que retorna as matrizes L e U.

```
function [L,U] = alg321(A)
 n=size(A,1);    // numero de linhas de A
 if (size(A,2)~=n)
   error('matriz A deve ser quadrada');
 end
 L = eye(n,n); // matriz identidade no inicio
 U = A;        // matriz A no inicio
 for k=1:n-1
   rows=k+1:n;
   L(rows,k)=U(rows,k)/U(k,k); // os tij
   U(rows,k)=zeros(n-k,1);    // os aniquilados
   U(rows,rows)=U(rows,rows)-L(rows,k)*U(k,rows);
 end
endfunction
```

Sua tarefa é apresentar código semelhante para uma função de *Scilab*: [U,L]=p324(A) , que implemente sua solução do exercício anterior. Apresente as matrizes U e L calculadas para

$$A = \begin{bmatrix} 2.0 & -1.5 & 3.0 & 0 \\ 1.0 & 3.0 & -0.5 & 1.0 \\ 2.0 & 2.0 & 2.5 & .0 \\ -0.5 & 0.5 & 0.5 & 1.0 \end{bmatrix}$$

6. P3.3.3 de [1].

7. P3.4.1 de [1].

□

Map0201 - Métodos Matriciais Computacionais
Quarta Lista de Exercícios, entregar no 2o encontro da 10a semana

Assunto: Sistemas Lineares Especiais.

[1] Matrix Computations, G. Golub, C. Van Loan, 3a ed, 1996, SIAM.

[2] Numerical Linear Algebra and Applications, Biswa Nath Datta, 2a ed, 2010, SIAM.

Exercícios

1. P4.1.1 de [1]. Use Teorema 3.2.1 de [1].
2. Interprete e explique os cálculos abaixo; e sua conexão com P4.2.2 de [1].

```
-->A=[5  -1 2 0 0;-1 4 2 0 0;2 2 6  1 1;0 0 1 3 1;0 0 1 1 3]
 A  =
    5.  - 1.    2.    0.    0.
  - 1.    4.    2.    0.    0.
    2.    2.    6.    1.    1.
    0.    0.    1.    3.    1.
    0.    0.    1.    1.    3.
-->n=5; B=A(n:-1:1,n:-1:1); G=alg421(B); R=G(n:-1:1,n:-1:1)
 R  =
    1.8333333  - 0.9547859    0.8528029    0.           0.
    0.           1.8090681    0.8528029    0.           0.
    0.           0.           2.3452079    0.4082483    0.5773503
    0.           0.           0.           1.6329932    0.5773503
    0.           0.           0.           0.           1.7320508
```

3. P4.2.3 de [1].
4. P4.2.10 de [1].
5. P4.3.10 de [1].
6. P4.3.11 de [1].
7. P5.1.2 de [1]. Ilustre a aplicação de seu algoritmo com um exemplo numérico para $n = 5$ em Scilab ou Matlab.
8. P5.1.4 de [1].
9. P5.1.6 de [1]. Ilustre a aplicação de seu algoritmo com um exemplo numérico para $n = 5$ em Scilab ou Matlab.
10. P5.2.1 de [1]. Ilustre a aplicação de seu algoritmo com a solução numérica, em Scilab ou Matlab, para

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 1 & & & \\ -1 & 0 & 2 & & \\ 2 & 1 & 1 & 1 & \\ & 3 & -4 & -2 & -1 \\ & & 1 & -1 & 6 \end{bmatrix}.$$

11. P5.2.5 de [1]. Ilustre a aplicação de seu algoritmo com a solução numérica de um exemplo 6×3 conforme dica do livro.

Map0201 - Métodos Matriciais Computacionais
Quinta Lista de Exercícios, entregar no 2o encontro da 14a semana

Assunto: Sistemas Lineares Especiais.

[1] Matrix Computations, G. Golub, C. Van Loan, 3a ed, 1996, SIAM.

[2] Numerical Linear Algebra and Applications, Biswa Nath Datta, 2a ed, 2010, SIAM.

1. P5.3.1 de [1].

2. (Regressão Linear) Aproximar y para $x = 13.5$, usando a reta que melhor aproxima os dados no sentido dos mínimos quadrados (MQ). Plote o gráfico da tabela e da curva ajustada.

x	0	10	25	30	42	50	60
y	8	20	27	30	45	69	78

3. (Regressão multivariada) A tabela ao lado mostra o número de unidades vendidas de um determinado produto, de uma certa companhia, em variadas cidades cuja população e renda per capita são conhecidas. A companhia quer usar esta tabela para prever vendas futuras hipotetizando uma dependência linear $v = a_1 + a_2 p + a_3 r$, onde $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}$, existe entre as variáveis p, r e v, onde a_1, a_2, a_3 são parâmetros desconhecidos. Encontre o sistema linear sobre-determinado desse problema. Encontre sua solução de MQ usando fatoração QR.

cidade i	vendas v	população p	renda per capita r
1	162	274	2450
2	120	180	3254
3	223	375	3802
4	131	205	2838
5	67	86	2347

4. (Ajuste exponencial) A tabela abaixo mostra a população recenseada (P) de um certo país, em milhões, durante certo período do século passado. Aproxime P para $t = 1955$ usando o modelo $P = be^{at}$ (que implica $\ln(P) = \ln(b) + at$) que melhor aproxima os dados no sentido MQ. Plote o gráfico da tabela e da curva ajustada.

t	1920	1930	1940	1950	1960	1970
P	105.711	123.203	131.669	150.697	179.323	203.212

5.(Periodicidade nos dados) Aproxime c e dc/dt para $t = 1.0$ usando a curva $c = A + B\text{sen}\,(\pi t) + C\cos(\pi t)$ que melhor aproxima os dados no sentido MQ. Plote o gráfico da tabela e da curva ajustada.

t	0	0.3	0.7	1.1	1.4	1.7	2.0
c	0.81	0.98	1.03	0.82	0.73	0.75	0.81

6. (Ajuste inverso) A tabela ao lado mostra a medição experimental, para uma determinada classe de solo, da densidade u (em gcm^{-3}) para determinados valores da profundidade p (em cm).

p	20	40	60	80	100
u	1.2	1.24	1.38	1.41	1.42

Queremos determinar a quê profundidade p^* pode ser encontrado um solo com densidade $u = 1.3gcm^{-3}$. Entendemos que a densidade cresce conforme a profundidade aumenta, e portanto podemos pensar que u é a variável independente, e p a dependente. Aproxime p^* usando a curva $p = A + Be^{-u} + Ce^{-u^2}$ que melhor aproxima a tabela no sentido MQ, via fatoração QR. Plote o gráfico da tabela e da curva ajustada.

7. (Ajuste exponencial) Em um artigo tratando da eficiência da utilização de energia por uma larva (*Pachysphinx modesta*), L. Schroeder (1973) usou a tabela seguinte para determinar a relação entre W, o peso da larva em gramas, e R, a taxa de consumo de oxigênio em ml/h.

W	0.025	0.233	0.783	1.35	1.69	2.75	4.83	5.53
R	0.234	0.537	1.47	2.48	1.44	1.84	4.66	6.94

Por razões da biologia molecular, é assumida uma relação entre W e R da forma $R = bW^a$ (e então $\ln(R) = \ln(b) + a\ln(W)$). Encontre os parâmetros a e b que melhor ajustam essa tabela. Plote o gráfico da tabela e da curva ajustada.

$\square$

Map0201 - Métodos Matriciais Computacionais
Sexta Lista de Exercícios, entregar no 2o encontro da 15a semana (escaninho)

Assunto: Sistemas Lineares Especiais.

[1] Matrix Computations, G. Golub, C. Van Loan, 3a ed, 1996, SIAM.

[2] Numerical Linear Algebra and Applications, Biswa Nath Datta, 2a ed, 2010, SIAM.

1. P2.5.1 de [1].
2. P2.5.2 de [1].
3. P2.5.4 de [1].
4. P2.5.5 de [1].
5. P2.5.7 de [1].
6. P2.6.1 de [1].
7. P2.6.2 de [1].
8. P2.6.3 de [1].

□