

O que é uma progressão geométrica de razão 1/10?

Uma *Progressão Geométrica* é uma seqüência de números não nulos, onde qualquer termo (a partir do segundo) é igual ao antecedente multiplicado por uma constante. Essa constante é denominada *razão da progressão*, que indicaremos por q .

Assim a seqüência de números da forma $(a, a.q, a.q^2, a.q^3, \dots)$ representa uma PG.

Exemplo:

$1 ; \frac{1}{2} ; (\frac{1}{2})^2 ; (\frac{1}{2})^3 ; (\frac{1}{2})^4 ; (\frac{1}{2})^5 ; \dots$

A soma dos n termos de uma PG é dada pela expressão, para $q > 0$:

$$S_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1} = \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Se o primeiro termo da PG não é igual a 1, temos:

$$S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} = a \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Exemplos:

$$1 + \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^3 + (\frac{1}{2})^4 + (\frac{1}{2})^5 = \frac{1 - (\frac{1}{2})^6}{1 - \frac{1}{2}} = 1,96875$$

$$5 + 5 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot (\frac{1}{2})^2 + 5 \cdot (\frac{1}{2})^3 + 5 \cdot (\frac{1}{2})^4 + 5 \cdot (\frac{1}{2})^5 = 5 \frac{1 - (\frac{1}{2})^6}{1 - \frac{1}{2}} = 9,84375$$

A soma da PG é infinita, quando considera todos os termos, isto quer dizer que o número de termos n tende a infinito, é imensamente grande.

Neste caso, se a razão é menor que 1, como por exemplo, $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{10}$, o termo q^n da soma se aproxima de zero (faça testes para $q = \frac{1}{2}$ e $q = \frac{1}{10}$, tomando valores grandes para n , tais como 20, 50, etc).

Assim, para a soma infinita dos termos de uma PG de razão menor do que 1, temos:

$$S = a / (1-q).$$

Exemplo:

$$1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \dots = 1 / (1 - \frac{1}{2}) = 2$$

$$5 + 5 \cdot \frac{1}{2} + 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 + 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \dots = 5 / (1 - \frac{1}{2}) = 10$$