**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

**INSTITUTO DE MATEMÁTICA**

**Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática**

**Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática**

# Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários

**Marina Menna Barreto**

**Porto Alegre**

**2007**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

**INSTITUTO DE MATEMÁTICA**

**Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática**

**Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática**

# Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários[1]

**Marina Menna Barreto**

Dissertação realizada sob a orientação da Dra. Vera Clotilde Garcia, apresentada ao Instituto de Matemática da UFRGS, em preenchimento parcial dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática

**Porto Alegre**

**2007**

[1] Trabalho parcialmente financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES.

*À memória da minha tia-mãe,*

*Ruth Menna Barreto,*

*que tanto me ensinou.*

## Agradecimentos

Ao meu marido Quico e à minha filha Alice, que com toda a paciência e amor do mundo, sempre me apoiaram.
À minha orientadora Vera, que teve sempre muitas idéias e entusiasmo com este trabalho e à professora Maria Cristina Varriale que disponibilizou muitas horas do seu tempo para fazer correções e sugestões para o capítulo 4.

Aos médicos, Eduardo Coelho Dias, Cristina Glitz e, Kai-Hua, que cederam imagem, conhecimentos, sugestões e amostras de anticoncepcionais e à Carolina Coelho Silva que emprestou livros e tirou dúvidas relativas à farmacologia.

Às bolsistas Taís Azevedo e Fabiane Serres que produziram o vídeo, e aos alunos da disciplina Laboratório de práticas de Ensino de Matemática III, que participaram na experiência com os alunos do Colégio de Aplicação. Às professoras Daniela e Marlusa e a todos os seus alunos, que participaram deste trabalho.

E finalmente, a todos os professores deste mestrado profissionalizante que, mesmo em meio a tantas dificuldades e conflitos, conseguiram tornar este curso possível.

# SUMÁRIO

## Resumo

A presente dissertação centra-se na articulação entre o ensino da Matemática e os Temas Transversais, em particular a Educação Sexual. Nesta perspectiva, analisa a Educação Sexual e o ensino da Matemática, na escola e na sala de aula. A dissertação oferece, implementa e justifica produtos didáticos, com coleta de dados junto aos alunos em situação experimental. O problema em estudo é a contextualização da Matemática escolar e a responsabilidade social a ela associada, especialmente nas questões relativas à Educação Sexual. As metodologias de pesquisa são o Estudo de Caso, utilizado para mostrar a relevância do tema, descrever como se dá a Educação Sexual na escola pública brasileira e contextualizar a experiência didática e a Modelagem Matemática, utilizada para elaborar e desenvolver um modelo matemático para o fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais de uso diário. Os referenciais teóricos que dão suporte a esse trabalho são o Construtivismo Social com destaque nas interações, conversações e experiências compartilhadas, que resultam em uma pedagogia que valoriza o papel do aluno no processo ensino-aprendizagem e a Modelagem Matemática, vista como um ambiente de aprendizado que valoriza tais experiências. Este trabalho desenvolve três produtos para uso didático: a) modelo matemático da absorção de anticoncepcionais de uso diário; b) vídeo informativo sobre o uso de anticoncepcionais; c) plano de ensino com seqüência didática. A experimentação se deu em sala de aula regular de uma escola pública de Porto Alegre e em situação de laboratório, com pequeno grupo de alunos do Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Os resultados principais do estudo mostram que o produto didático desenvolvido cria oportunidades para o aluno discutir e compreender melhor a sua sexualidade, explica o mecanismo dos anticoncepcionais, dá ao estudante ferramentas matemáticas úteis também para a compreensão de outros fenômenos, proporciona um ambiente de discussão e favorece a articulação lógica entre diferentes idéias e conceitos matemáticos garantindo maior significação para o aprendizado. A experimentação também demonstra o potencial deste meio para estimular o interesse e a discussão sobre a Educação Sexual e sobre a Matemática.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Educação Matemática, Educação Sexual.

## Abstract

The present dissertation focuses on the articulation between the teaching of Mathematics and Cross-Curricular Themes, particularly Sexual Education. Under such perspective, it analyzes Sexual Education and the teaching of Mathematics, in schools and in classrooms. The dissertation offers, implements, and justifies didactic resources, along with data collection from students in an experimental situation. The problem studied is the contextualization of School Mathematics and the social accountability associated to it, especially in the aspects related to Sexual Education. The research methodologies are Case Study, used to stress the relevance of the theme, to describe how Sexual Education is explored in Brazilian state schools, and to contextualize the didactic experience, and Mathematical Modeling, used to devise and develop a mathematical model for the absorption/elimination phenomenon of oral contraceptives for daily use. The theoretical frames that give support to this work are the Social Constructivism, with emphasis on the interactions, conversations, and shared experiences, which result in a pedagogy that values the role of students in the teaching-learning process, and Mathematical Modeling, viewed as a learning environment the enriches such experiences. This work has developed three didactic resources: a) mathematical model for absorption of daily use contraceptives; b) informational video on the use of contraceptives; c) teaching plan with a didactic sequence. The experimentation took place in a regular classroom of a state school of Porto Alegre and in a laboratory environment, with a small group of students from Colégio de Aplicação of Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). The main results show the didactic resource developed fosters opportunities for students to discuss and better understand their sexuality, explains the mechanisms of contraceptives, gives students useful mathematical tools for the understanding other phenomena, promotes an discussion environment, and supports the logic articulation among different ideas and mathematical concepts, thus enabling greater meaningfulness to the learning process. The experimentation carried out also demonstrates the potential of this media to stimulate the interest and the discussion on Sexual Education and Mathematics.


**Keywords:** Mathematical Modeling**,** Mathematics Teaching, Sexual Education.

# INTRODUÇÃO

> (...) o que está em causa na aprendizagem escolar da Matemática, é o desenvolvimento integrado e harmonioso de um conjunto de competências e capacidades, que envolvem conhecimento de factos específicos, domínio de processos, mas também capacidade de raciocínio e de usar esses conhecimentos e processos em situações concretas, resolvendo problemas, empregando idéias e conceitos matemáticos para lidar com situações das mais diversas, de modo crítico e reflexivo (Ponte 2003)

Esta é uma pesquisa desenvolvida na área de Ensino de Matemática e Ciências, fundamentada em teóricos da área de Educação Matemática e com metodologias das áreas de Matemática Aplicada e de Educação. É uma pesquisa profissional aplicada, pois tem como origem questões da vida profissional do professor; tem como objeto de estudo o ensino da Matemática, a Educação no Brasil, a escola e a sala de aula; coleta dados junto aos alunos em situação experimental; oferece, implementa e justifica produtos didáticos. Não é uma pesquisa teórica nem acadêmica. É um exemplo de pesquisa desenvolvida pelo professor, para investigar problemas da prática e produzir resultados práticos.

Em virtude da minha experiência como professora de Ensino Fundamental e Médio, em escolas públicas e particulares de Porto Alegre, senti, ao longo dos anos, a necessidade de contextualizar[2] o ensino da Matemática. Uma questão freqüente colocada pelos alunos de todos os níveis sempre foi: - Por que preciso estudar Matemática? Qual a utilidade desta disciplina para a minha vida?

Buscando responder a estas questões e, acreditando também, que a contextualização pode favorecer a compreensão, estimular o desejo de aprender e possibilitar interações sociais, senti a necessidade, cada vez maior de buscar na literatura um suporte teórico para dar conta destas inquietações. Encontrei no Mestrado Profissionalizante a oportunidade de desenvolver um trabalho que viesse ao encontro destas expectativas e desejos.

[2] Devido às confusões a que o termo remete, esclarecemos que, ao longo deste trabalho, estaremos nos referindo à contextualização da Matemática, ao conjunto de situações oriundas de outras áreas da realidade e que podem ser relacionadas a esta Ciência.

Essas preocupações referentes à contextualização da Matemática têm se mostrado generalizadas. O Ministério da Educação, através dos seus documentos de orientações curriculares[3], PCN, PCN+ e PCNEM e outros (Brasil, 2002-a, 2002-b, 2002-c, 2006-a) sugere um conjunto de competências a serem alcançadas pelas áreas de ciências. Entre estas, está a contextualização sociocultural, que é definida na forma de análise crítica das idéias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico" (Brasil, 2002-b, p.110). Esses documentos também sugerem que a Matemática deve contribuir para o desenvolvimento das habilidades dos alunos que estão relacionadas à contextualização sociocultural.

Segundo estas diretrizes para os currículos de Ensino Fundamental e Médio, além dos conteúdos clássicos (Língua Portuguesa, Matemática, História, etc.), que já fazem parte das práticas escolares, também é sugerida a inclusão de novos conteúdos na forma de "temas transversais[4]". Os temas transversais tratam dos conteúdos de caráter social e que devem ser desenvolvidos nas diversas disciplinas já estabelecidas. Dos vários temas propostos pelos documentos, está a "Orientação Sexual" que, entre outros ítens, trata da gravidez na adolescência.

Nessa perspectiva, surge a questão norteadora desta pesquisa: **É possível promover a articulação entre Educação Sexual e Ensino de Matemática, na escola?**

Tendo definido a questão orientadora, pensamos[5] que uma possibilidade de contextualização da disciplina de Matemática, seria desenvolver um trabalho com a matemática que modela os processos de absorção e eliminação de drogas do organismo. Estes processos são de fácil formulação matemática, podem ter diferentes abordagens em sala de aula, e possibilitam, ao mesmo tempo, o desenvolvimento de diferentes conteúdos da grade curricular.

---

[3] PCN, PCN+, PCNEM, são documentos legais, vinculados a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (nº. 9394/96), e que buscam estabelecer diretrizes para o currículo dos ensinos fundamental e médio e servir como referência nacional, tanto para a prática educacional, como para as ações políticas no âmbito da educação.

[4] O termo transversal sugere que os conteúdos sejam trabalhados de forma transversal, nas disciplinas já existentes. Estes temas fazem parte dos PCNs.

[5] Deste ponto em diante usarei a primeira pessoa do plural.

De posse dessas idéias, percebemos que o modelo matemático geral que descreve a absorção e eliminação de drogas poderia ser adaptado ao caso específico dos contraceptivos orais. Além disso, o estudo deste modelo matemático particular - que descreve a eliminação e absorção dos anticoncepcionais orais de uso diário - seria também uma contribuição da Matemática para o tema transversal "Orientação Sexual". Este tema poderia ser abordado sob o enfoque específico da gravidez na adolescência. Assim sendo, a abordagem poderia ser ao mesmo tempo de interesse social, dos alunos e do professor de matemática.

Do ponto de vista social, esse trabalho permite a discussão das questões relativas à gravidez na adolescência, contribuindo para o debate sobre a contracepção e exercício da sexualidade com responsabilidade. Do ponto de vista do aluno, o tratamento matemático da absorção e eliminação de anticoncepcionais orais promove a interação a partir da linguagem e do foco de interesse, próprios do educando, e desenvolve a vontade de saber. Além disso, as análises e reflexões feitas sobre o modelo matemático e o caráter interdisciplinar do trabalho permitem que o aluno compreenda a responsabilidade social associada ao conhecimento matemático escolar. E, finalmente, do ponto de vista da Matemática, o modelo permite que sejam desenvolvidos diferentes tópicos desta disciplina, tais como o estudo de variáveis, funções, progressões, etc. Permite ainda que se faça uma conexão entre tópicos que normalmente são vistos isoladamente e que sejam contextualizados tópicos que normalmente são estudados sem aplicações práticas.

A fim de obtermos suporte teórico para desenvolver o trabalho, fizemos uma revisão bibliográfica na literatura da área.

No que se refere à área da Educação Matemática, encontramos produções recentes: Bassanezi (2004), Barbosa (1999, 2001, 2002) e Biembengut (2003) têm se dedicado às contribuições que a modelagem matemática pode oferecer ao ensino desta disciplina, Lima (1999, 2005-a) tem discutido a importância da contextualização do ensino da Matemática, proposto algumas situações e questionado criticamente algumas práticas.

Bassanezi (1988) e Lima (2005-b) tratam também do tema específico da absorção de drogas no organismo. Estes modelos serviram para direcionar o trabalho da absorção de anticoncepcionais e, conseqüentemente, abrir a discussão sobre questões relativas à gravidez na adolescência, métodos contraceptivos e, em especial o uso da pílula anticoncepcional.

No que se refere aos temas transversais sugeridos pelo MEC[6], encontramos alguns trabalhos (Almeida T. 2006, Figueiró 2000, Torres s.d.) que tratam da viabilidade e possíveis abordagens dos temas transversais nas escolas e outros (Corrêa 2003, Telöken e Del Pino 2006, Tonatto e Sapiro 2002) que investigam ações educativas para a sexualidade nas escolas. Em relação à articulação da Matemática e Educação para a saúde de modo geral, encontramos os trabalhos de Starkings (2003) e Xavier (2006) e apenas um registro de trabalho[7] (Moraes et al. 2005) que vincula a Matemática ao tema Orientação Sexual. Daí a formulação do objetivo deste estudo.

Nosso objetivo maior consiste em criar uma proposta de ensino justificada, contextualizada e bem fundamentada, que promova a articulação entre Educação Sexual e Ensino da Matemática e que tenha potencial para contribuir para mudanças positivas no ensino desta disciplina na escola e na formação de professores. As metodologias de pesquisa usadas foram duas: estudo de caso e modelagem matemática.

O estudo de caso, metodologia que tem origem nas Ciências Sociais, mas é amplamente utilizada na área de Educação, foi desenvolvido para mostrar a relevância do tema, descrever como se dá a Educação Sexual na escola pública brasileira e contextualizar a experiência didática, focalizando em especial o problema da gravidez precoce e da contracepção.

---

[6] Ministério da Educação e Cultura brasileiro.

[7] Projeto desenvolvido em Bauru/SP em que foi trabalhado o tema Orientação Sexual nas aulas de Matemática. Foram desenvolvidos conceitos e idéias nas áreas de estatística, dando ênfase às questões sociais envoltas ao tema.

A modelagem matemática, metodologia de pesquisa em Matemática Aplicada, foi utilizada para elaborar e desenvolver um modelo matemático para o fenômeno da absorção de anticoncepcionais orais de uso diário. Representou um primeiro passo para a proposta de ensino que busca promover a articulação da Matemática com Educação Sexual.

Partindo deste modelo inicial, foram desenvolvidos três produtos didáticos: a) modelo matemático da absorção de anticoncepcionais de uso diário, adaptado para a matemática escolar do Ensino Médio, e útil para o professor; b) vídeo informativo sobre o uso de anticoncepcionais; c) plano de ensino com seqüência didática, partindo do vídeo, levantando questões sobre o fenômeno e explorando o processo de modelagem matemática.

A fundamentação da proposta baseia-se nos conceitos da modelagem matemática como metodologia de ensino, nas diretrizes teóricas da área da Educação Matemática para o ensino de funções e na idéia de aprendizagem como resultado da interação e da conversação, presente no Construtivismo Social e desenvolvida por Paul Ernest (Ernest 1989, 1999).

O plano de ensino contempla conteúdos e habilidades matemáticas a serem desenvolvidas na proposta. A produção composta pelo vídeo e pela seqüência de ensino, é precedida por uma apresentação cuja função é servir como material explicativo para o professor que desejar reproduzir a experiência em sua sala de aula.

A experimentação da proposta foi feita em dois momentos. O primeiro foi em sala de aula regular de uma escola pública de Porto Alegre, com duplo objetivo: a) avaliar, corrigir e aprimorar o material; b) observar, recolher e relatar reações e mudanças de concepções nos alunos. O segundo momento foi em situação de laboratório, com pequeno grupo de alunos do Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), com objetivo de acompanhar mais de perto as reações dos alunos, identificando erros, perguntas, diálogos, contribuições e explicações.

O caminho escolhido para desenvolver este trabalho está descrito a seguir.

Inicialmente, para justificar a relevância do tema - Educação Sexual no Ensino Médio da escola pública brasileira - apresentamos, no capítulo 2, um estudo de caso - através de pesquisa bibliográfica - sobre o problema da gravidez na adolescência no Brasil e sua relação com a educação pública, caracterizando a educação sexual na escola pública brasileira.

Neste mesmo capítulo é apresentado um segundo estudo de caso, sobre como se dá a educação sexual, em uma escola pública de Porto Alegre. Este estudo procura descrever e caracterizar a escola, assim como, um grupo de alunos de duas turmas de primeira série do Ensino Médio e tem a intenção de mostrar a importância do desenvolvimento desta iniciativa.

No capítulo 3, fazemos uma breve explanação sobre modelagem matemática, vista como metodologia de pesquisa. Nesta concepção da modelagem matemática, procuramos situar o modelo matemático do anticoncepcional, desenvolvido no capítulo 4, dentro do esquema sugerido por Bassanezi (2004) para as etapas da construção.

A fundamentação matemática necessária para desenvolver o modelo dos anticoncepcionais orais de uso diário é descrita no início do capítulo 4. Neste capítulo tratamos de modo geral das definições e soluções das equações a diferenças que modelam o fenômeno da absorção de drogas de uso intermitente, das definições das equações a diferenças lineares de primeira ordem e das suas possíveis soluções. Fazemos uma análise algébrica e gráfica e tratamos da solução particular que será de interesse para o modelo do anticoncepcional. Neste mesmo capítulo também desenvolvemos o modelo matemático da eliminação e absorção de anticoncepcionais orais de uso diário.

O capítulo 5 serve de referencial teórico pedagógico e tem a finalidade de justificar a proposta deste trabalho do ponto de vista das teorias da Educação Matemática. Iniciamos apresentando a teoria do Construtivismo Social, logo após tratamos da modelagem matemática, mas desta vez, do ponto de vista da Educação Matemática. Assim, a modelagem é entendida como uma estratégia de ensino e aprendizagem e se configura, neste trabalho, como um ambiente de aprendizado, onde se parte de uma situação não matemática e próxima do aluno, para introduzir novos conceitos matemáticos e/ou consolidar àqueles que já foram, em algum momento, trabalhados.

Ainda no capítulo 5, procuramos justificar a importância do trabalho nas questões que envolvem o ferramental matemático necessário para a compreensão dos conceitos de função e explicitar o potencial do material didático.

A produção didática está descrita no capítulo 6. Adaptamos o modelo desenvolvido e descrito no capítulo 4, com uma linguagem matemática específica do nível médio, e propusemos um novo, mais adequado ao professor e ao aluno. Recorremos a conceitos de matemática básica tais como: variável, funções e gráficos, potências, progressões geométricas e soma dos termos de tais progressões.

No capítulo 7 trazemos o relato das experiências didáticas. O primeiro relato é a descrição da prática desenvolvida em uma escola pública de Porto Alegre, o Colégio Estadual Odila Gay da Fonseca. O segundo traz uma análise qualitativa de uma segunda experiência, desenvolvida com um grupo menor de alunos, oriundos do Colégio de Aplicação da UFRGS.

Finalmente, apresentamos no capítulo 8, as considerações finais, discutindo-se as possibilidades e limitações do trabalho como proposta para o ensino da Matemática.

No apêndice A, fazemos uma breve explanação do funcionamento do sistema reprodutivo feminino, do ponto de vista das flutuações das concentrações hormonais que estão envolvidas no ciclo menstrual e na gestação, assim como uma descrição do mecanismo de ação dos anticoncepcionais orais. Procuramos também estabelecer uma relação entre a variação hormonal natural do corpo da mulher e a forma de ação destes anticoncepcionais. Acreditamos que as informações contidas neste apêndice podem ajudar o professor na compreensão do uso do anticoncepcional oral, e facilitar a discussão numa possível aplicação em sua própria sala de aula. Estas informações são interessantes e úteis, porém não essenciais, para o desenvolvimento do modelo matemático dos anticoncepcionais.

Nos Apêndices B e C trazemos parte do produto didático desenvolvido: uma seqüência de atividades resultante das experiências, corrigida e melhorada e o vídeo educativo. Os demais apêndices contêm os questionários utilizados nesta pesquisa.

# CAPÍTULO 2
# EDUCAÇÃO SEXUAL NA ADOLESCÊNCIA

Iniciamos este capítulo, justificando a escolha do estudo de caso como metodologia de pesquisa. Após, desenvolvemos o estudo de caso, dividindo-o em duas partes. Em uma primeira etapa, procuramos situar o adolescente (estudante do Ensino Médio) dentro de um panorama geral brasileiro a respeito da saúde reprodutiva, identificando algumas questões pertinentes ao objetivo deste trabalho e buscando entender o contexto em que os alunos da escola pública brasileira estão inseridos. Em um segundo momento, dentro da particularidade de um grupo menor de alunos, pertencentes a uma escola da rede estadual de ensino, procuramos confirmação daquilo que foi constatado na primeira etapa do estudo. Desta maneira caracterizamos a educação sexual na escola pública brasileira e mostramos a importância do tema "Educação Sexual na Escola Média". Finalizamos, refletindo sobre a relevância de uma abordagem do ponto de vista da Matemática para a informação sobre o uso adequado das pílulas anticoncepcionais.

## 2.1. Estudo de caso: considerações

Segundo Ponte (2006) o estudo de caso é uma metodologia de pesquisa muito particular, de natureza empírica, que tem por objetivo "compreender em profundidade o ‘como’ e os ‘porquês’ da entidade escolhida para estudo, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador" (p.107). Pode ser usada com diversos fins, tais como os de "investigar questões de aprendizagem dos alunos, conhecimento e prática dos professores, programas de formação inicial e contínua de professores, projetos de inovação curricular, novos currículos, entre outros” (p.108). São com estes objetivos que esta metodologia, tem sido mais freqüentemente utilizada nas pesquisas em Educação Matemática (Barbosa 2001, Carneiro 2000, Ponte et al. 1991).

Procuramos, com este estudo de caso, conhecer melhor a escola pública brasileira e as expectativas e necessidades do aluno que a freqüenta. Entendemos que a escolha de um tema gerador de uma seqüência de atividades deve ser feita levando-se em consideração as expectativas e necessidades do grupo de alunos com o qual se trabalhará.

Usamos esta metodologia de pesquisa tanto com propósito exploratório quanto com propósito descritivo, os quais, segundo Ponte (2006), procuram obter informações preliminares a cerca do respectivo objeto de interesse e descrever o caso em questão. Assim sendo, procuramos: obter informações relativas a gravidez na adolescência, suas repercussões e sua relação com a educação escolar; saber quais ações pedagógicas que visem a educação para a sexualidade têm sido desenvolvidas pelos órgãos governamentais; e descrever como vem sendo praticada a orientação sexual, a partir do estudo de caso de uma escola pública de Porto Alegre.

Considerando que o objetivo fundamental de um estudo de caso (Ponte, 2006) é proporcionar uma melhor compreensão de um caso específico e ajudar a formular hipóteses de trabalho sobre o grupo ou a situação em causa e considerando que este estudo nos possibilitou compreender as necessidades sociais, educacionais e da saúde sexual dos adolescentes estudantes do Ensino Médio da escola pública brasileira, concluímos que esta metodologia de pesquisa é adequada aos fins deste trabalho, refletindo desta maneira parte da realidade escolar brasileira.

## 2.2. Estudo de caso 1: Gravidez na adolescência no Brasil e a relevância do tema na Escola Média

Como mencionamos anteriormente, nesta primeira etapa do estudo de caso, realizada a partir de pesquisa bibliográfica em livros, artigos, documentos oficiais e meios de comunicação, sobre a adolescência, sexualidade e educação no Brasil, procuramos levantar o conhecimento disponível sobre o assunto e assim avaliar a contribuição deste trabalho para a compreensão e explicação das questões relacionadas ao tema.

### 2.2.1. Gravidez na adolescência no Brasil: estatísticas

Se por um lado, a liberdade de expressão, o fácil acesso à informação e o desenvolvimento de novas tecnologias contraceptivas trouxeram um avanço indiscutível para a sociedade moderna, permitindo um planejamento familiar adequado a cada família através do controle da natalidade, por outro lado, trouxeram consigo maior apelo à sexualidade tornando os jovens adolescentes sexualmente mais ativos e com isso aumentando os casos de gravidez na adolescência.

A população adolescente no Brasil, na faixa etária entre 10 e 19 anos, corresponde a 21% da população nacional, segundo o último censo do IBGE (2000). Trata-se de um grupo de grande expressividade nacional e que, portanto, não pode ser negligenciado. E mais, de acordo como os dados da Secretaria de Vigilância da Saúde (Brasil 2007), em 2004, estes adolescentes foram responsáveis por aproximadamente 22% do total de partos realizados no país (Figura 2.1). Nestes números não estão calculadas as gestações não levadas a termo. Se considerarmos os cerca de 308.000 abortos (Singh e Wulf apud Mitchell, 2005) que acontecem por ano, entre adolescentes no Brasil, a realidade desses números se apresenta ainda pior.

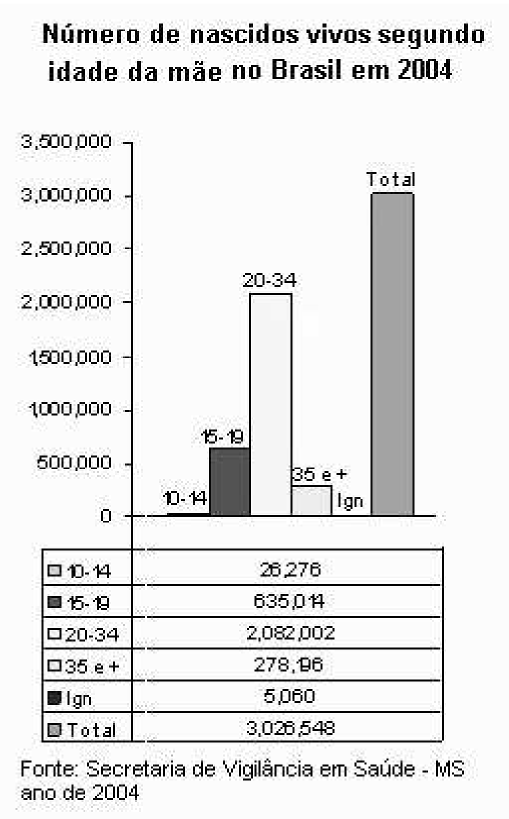



Figura 2.1: Número de nascidos vivos no Brasil, segundo a idade da mãe no ano de 2004, onde Ign significa ignorado

Além de representarem um percentual significativo no total da população brasileira, os adolescentes são também considerados um grupo de risco para problemas de saúde: são responsáveis pelo grande número de internações hospitalares devido a complicações no parto e representam, segundo Datasus (apud Brasil, 2006-b), 16% dos óbitos de mulheres causados por gravidez, parto ou puerpério.

Do ponto de vista da saúde estes números são suficientes para justificar políticas públicas voltadas à saúde reprodutiva do adolescente. No entanto as questões relativas à sexualidade na adolescência não devem se restringir à área da saúde, já que, a adolescência é uma fase da vida cujas necessidades, potencialidades e vivências estão presentes em todos os aspectos da vida social. Muitas pessoas e organizações interessadas nesse tema vinculam as escolas com a responsabilidade de promover princípios que vão além do currículo acadêmico.

### 2.2.2. Gravidez na adolescência no Brasil: discurso e recomendações

Faz parte das recomendações do MEC e do Ministério da Saúde o desenvolvimento de ações voltadas para a educação sexual e conscientização dos adolescentes a respeito dos métodos anticoncepcionais. Os documentos oficiais de orientação curricular PCN´s e outros (Brasil 2002, 2006-a) encorajam as escolas brasileiras a incluírem em seus currículos a educação sexual. Estes documentos sugerem que o tema "Orientação Sexual" deva ser tratado na transversalidade do currículo, isto é, seja desenvolvido em todas as áreas do conhecimento, do ensino fundamental ao médio, e não como uma disciplina específica. Dentro deste tema devem ser abordadas, tanto as questões técnico-científicas quanto as de caráter social, incluindo, em ambas, a gravidez na adolescência.

Dentre as estratégias criadas pelo governo para reduzir os índices de gravidez na adolescência, está o SPE, Programa Saúde e Prevenção nas Escolas (http://portal.mec.gov.br/seb/index.php?option=content&task=view&id=685&Itemid=710), lançado em 2003 numa parceria dos Ministérios da Educação e Saúde, UNESCO[8] e UNICEF[9]. O Programa SPE visa, entre outros objetivos, reduzir a vulnerabilidade dos adolescentes à gravidez não desejada através da qualificação e formação continuada de professores do Ensino Fundamental e Médio da rede pública.

Em continuidade, e prevendo a ampliação deste programa, em 2005, estes mesmos Ministérios em parceria com outros lançaram o documento "Direitos Sexuais e Direitos Reprodutivos: uma prioridade de governo[10]". Neste documento, são apresentadas diretrizes com esses enfoques dando prioridade à adolescência.

Em 2006 a Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade (Secad/MEC), através do Termo de Referência "Educação e Gravidez na Adolescência", procurou estimular ações e projetos de educação com foco na gravidez na adolescência nos contextos escolares, destinando cerca de R$ 40 mil para cada proposta selecionada. A maioria dos trabalhos tratava da formação de professores e produção de material didático sobre o tema.

Mais recentemente, no primeiro semestre de 2007, o Ministério da Educação juntamente com o Ministério da Saúde e outros órgãos, realizaram a II Mostra Nacional Saúde e Prevenção nas Escolas. Através de conferências, fóruns, painéis, oficinas, comunicações coordenadas e atividades culturais e artísticas nos eixos temáticos trabalhados pelo Programa Saúde e Prevenção nas Escolas, houve troca de experiências das diferentes iniciativas de educação preventiva nas escolas públicas.

---

[8] UNESCO: Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura. É uma agência de padronização para formar acordos universais nos assuntos éticos emergentes. Também serve como uma agência do conhecimento – para disseminar e compartilhar informação e conhecimento – enquanto colabora com a Organização das Nações Unidas (ONU) promovendo a cooperação internacional. Ver: http://www.unesco.org.br/

[9] UNICEF: Fundo das Nações Unidas para a Infância. Organização que atua na articulação e no acompanhamento de políticas públicas na área da infância e da adolescência. Trabalha em parceria com os governos municipais, estaduais e federal, a sociedade civil, grupos religiosos, a mídia, o setor privado e outras organizações internacionais, incluindo outras agências das Nações Unidas. Ver: http://www.unicef.org.br/

[10] Ver: http://portal.saude.gov.br/portal/arquivos/pdf/cartilha_direitos_sexuais_e_direitos_%20reprodutivos_uma_prioridade_de_governo.pdf

No contexto regional, constatamos que, apesar de no Rio Grande do Sul o número de partos de adolescentes ter diminuído nos últimos anos (Figura 2.2), estes índices ainda são altos: em 2003 o percentual de mães com até 19 anos era de 19,1%.

O governo do Estado do Rio Grande do Sul já vem atuando no sentido de educar a população adolescente para os cuidados com a saúde e sexualidade. Em 2005 foi lançada a campanha “Te Liga: Gravidez Tem Hora”, pela então primeira-dama Claudia Rigotto, que tinha, entre outros, o objetivo de esclarecer os jovens sobre temas como planejamento familiar, sexualidade, gravidez planejada, maternidade e paternidade conscientes. Em 2006, esta campanha fundamentada na proposta pedagógica do Projeto Saúde Escolar, se transformou em lei.

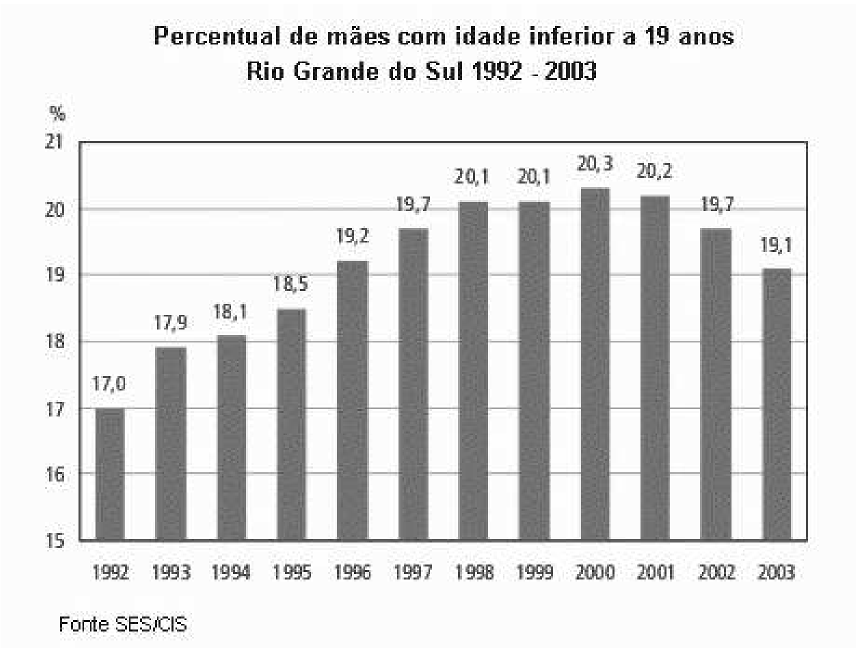



Figura 2.2: Percentual de mães adolescentes no Rio Grande do Sul entre os anos de 1992 e 2003.
Disponível em: http://www.seplag.rs.gov.br/atlas/

A Secretaria Estadual de Educação do Estado (SEC-RS) já vem atuando nas escolas Públicas de Porto Alegre através do "Projeto Saúde Escolar: Sujeitos, Escolas, Educação e Saúde Públicas" (http://www.educacao.rs.gov.br/pse/html), oferecido para a rede estadual de ensino da capital. Este projeto busca o desenvolvimento de ações pedagógicas de educação em saúde e sexualidade, tais como: oficinas, palestras, eventos, projetos e formação de parcerias.

Também faz parte desse projeto buscar conhecer melhor o grupo com o qual trabalham. Com este objetivo, o Projeto Saúde Escolar, junto às Coordenadorias Regionais de Educação do Rio Grande do SUL fez, em 2005, um levantamento envolvendo alunos da capital do Estado atendidos pela rede pública estadual de ensino a respeito da gravidez na adolescência. De acordo com este levantamento 207 meninas estavam gestantes e 71 meninos seriam pais naquele ano. Estes números podem ser ainda maiores, já que muitas meninas evadem logo que descobrem a gravidez e muitos meninos não assumem ou sabem da sua paternidade.

Deste modo podemos concluir que a gravidez na adolescência faz parte da realidade das escolas brasileiras e gaúchas e seus altos índices são suficientes para motivar ações no sentido de diminuir esses números.

### 2.2.3. Gravidez na adolescência no Brasil: contribuições da escola

A Comissão de Direitos Humanos da ONU através de relatório informativo (Villalobos 2006) tornou público, em fevereiro de 2006, a necessidade de uma abordagem específica à educação de adolescentes e com o envolvimento do Ministério da Educação. Segundo o informe, este ministério deve fomentar e discutir amplamente as questões da Educação Sexual na escola a fim de melhorar a dinâmica escolar:

> A proteção das meninas e das adolescentes contra as causas da exclusão relacionadas com a sexualidade e violência devido ao gênero, na escola, não só constituem uma exigência mundial de primeira ordem, como implicam e comprometem todo o sistema educativo, desde a produção de livros texto e a construção de instalações sanitárias até a formação, contratação, sensibilização e capacitação dos docentes[11] (Villalobos 2006, p.23).

O Estatuto da Criança e Adolescente, através da Lei do Planejamento Familiar também relaciona a questão da saúde reprodutiva do adolescente à educação. Este inclui ações educativas e acesso igualitário a informações (Brasil 2006-b)

[11] La protección de las niñas y de las adolescentes contra las causas de exclusión relacionadas con la sexualidad y la violencia de género en la escuela no sólo constituye una exigencia mundial de primer orden, sino que implica y compromete a todo el dispositivo educativo, desde la producción de libros de texto y la construcción de instalaciones sanitarias, hasta la formación, contratación, sensibilización y capacitación de docentes. Tradução nossa.

estabelecendo algumas diretrizes em relação ao direito de controle e decisão de forma livre e responsável sobre questões relacionadas à saúde sexual e reprodutiva.

Alguns estudos têm mostrado ainda mais. Não só existe uma relação entre a gravidez na adolescência e a educação para a sexualidade, como também, uma relação direta de causa e efeito justificada pelos altos índices da evasão escolar associada à gravidez na adolescência.

De acordo com dados de pesquisa realizada pela UNESCO (2001), um quarto de todas as mulheres jovens entre 15 e 17 anos de idade que abandona os estudos alega a gravidez como causa. Estes números estão de acordo com os de outra pesquisa (Aquino 2003) realizada em três capitais brasileiras: Salvador, Rio de Janeiro e Porto Alegre. Segundo as autoras desta última, é alto o índice da evasão escolar devido à gestação na adolescência: 25% das adolescentes e 8% dos adolescentes que tiveram filho antes dos 20 anos interromperam temporariamente seus estudos, enquanto que 17,3% e 15,8% destes interromperam seus estudos definitivamente no primeiro ano após o nascimento do filho. Em outro estudo (Berquó e Cavalenghi apud, Brasil 2006-b) se constatou que, das adolescentes que tinham filhos na época do Censo 2000, apenas 20% ainda freqüentavam a escola em 2005. Entre as adolescentes de mesma faixa etária e sem filhos o percentual era de cerca de 80%.

A perspectiva da existência de uma relação de causa e efeito entre a evasão escolar e a gestação na adolescência é ainda ambígua. Abramovay (2004) refere-se a autores que questionam tal relação e advertem quanto ao reducionismo que esta relação pode implicar. Mas, embora a relação casual entre o abandono dos estudos e a gravidez na adolescência ainda seja questionada na literatura especializada, a gravidez nesta etapa da vida é entendida pelos próprios jovens como sendo problemática, principalmente pelas conseqüências a elas atribuídas: abandono escolar e constituição prematura familiar. Esta foi a constatação de uma pesquisa[12]

[12] A pesquisa "Juventude e Sexualidade" foi promovida pela UNESCO do Brasil, e buscou mapear os comportamentos e as posições de alunos, pais, professores e membros do corpo técnico-pedagógico quanto a questões como: aborto, gravidez na adolescência, iniciação sexual, virgindade, prevenção, métodos contraceptivos, formas de interação afetivo-sexual, diálogos com adultos de referência sobre sexualidade, tipos de violência, e trabalhos na escola sobre sexualidade.

(Abramovay op. cit.) realizada em escolas públicas e particulares de 13 capitais brasileiras e Distrito Federal.

Considerando que um número significativo de adolescentes deixa de estudar ou atrasa seus estudos devido à ocorrência de uma gestação precoce, e considerando que a escola é um espaço social intermediário entre a família e a sociedade, nós acreditamos que é função da escola dar suporte às famílias no que diz respeito à educação sexual dos adolescentes. Visto de outro modo, acreditamos que a escola, na sua função de educar também para a vida, deve desenvolver ações pedagógicas que busquem reverter esta situação: auxiliando no planejamento familiar, criando condições para evitar a evasão escolar das meninas gestantes e desenvolvendo estratégias para reinserção das jovens que a abandoraram. Deste modo assume o seu papel como fonte de conhecimentos que, em muitos casos, é o único local de acesso à informação dos alunos de baixa renda e de seus familiares.

Esta também é a opinião de diversos especialistas. Para Aquino (op. cit.), “além da família, a escola cumpre um papel crucial na transmissão de conhecimentos, mas também de valores, em que pese as desigualdades de acesso ao sistema escolar no Brasil″ (p.382). Para a médica ginecologista Liliane Herter (Camargo 2000) a educação de modo geral é um dos caminhos para a solução do problema da gravidez na adolescência. É preciso utilizar exemplos que façam com que os jovens compreendam o impacto que tem, em suas vidas e de seus familiares, uma gestação precoce.

Almeida M. (2006), sugere:

> É, desta maneira, responsabilidade do sistema escolar tratar com as diferenças entre os jovens, orientando-os sobre sexualidade e contracepção, e também encorajando-os a permanecerem na escola. É igualmente necessário adotar políticas que tenham por objetivo trazer de volta os jovens que estão fora da escola oferecendo-lhes alternativas para que possa reconciliar o trabalho e/ou a criança[13] (p. 1408).

---

[13] It is thus up to the school system to deal with differences among young people, orienting youth about sexuality and contraception, but also encouraging them to remain in school. It is equally necessary to adopt policies targeting young people who are out of school in order to foster their return to the school setting, offering alternatives for them to reconcile work and/or children.

Jorge Werthein, representante da UNESCO no Brasil, afirma que a escola, além de tratar dos temas clássicos do conhecimento, deve também tratar daqueles relevantes à cultura juvenil. E mais, deve promover a capacitação de professores de todas as áreas. Para Werthein, o tema sexualidade deve ser discutido, não apenas nas disciplinas de Ciências e Biologia, mas também, deve <u>ser tratado nas aulas de Artes, Matemática ou Física</u> (Werthein 2004).

No artigo, "Informações dos adolescentes sobre métodos anticoncepcionais", os autores sugerem:

> A escola, unidades de saúde e família devem atuar de forma integrada, de modo que o trabalho educativo encontre, na prática, o devido respaldo para transformar conhecimentos em atitudes e atitudes em comportamento, com a criação de oportunidade para que os adolescentes não só conheçam os métodos contraceptivos, mas reflitam sobre as questões biopsicossociais ligadas ao tema. Os educadores (professores, família e profissionais de saúde) poderão gerar comportamentos éticos e de respeito mútuo, bem como promover a integridade e a qualidade de vida desse grupo populacional (Guimarães 2003, p.298).

Para os professores da Universidade Federal de Pelotas, envolvidos na pesquisa sobre o conhecimento dos métodos contraceptivos (Paniz 2005), a escola exerce um papel importante para a promoção de informações adequadas sobre o planejamento familiar. Estes professores-pesquisadores consideram que a escolaridade é um elemento importante no conhecimento sobre a saúde reprodutiva, já que a baixa escolaridade pode levar à dificuldade na assimilação das informações recebidas, ao passo que a escolaridade maior melhora o acesso à informação, além de ampliar a participação masculina na contracepção, criando assim melhores condições para o casal fazer a escolha contraceptiva adequada e a sua correta utilização.

A análise da literatura aponta que pesquisadores de diferentes áreas, todos envolvidos com as questões da sexualidade do adolescente, acreditam que a escola tem um papel importante na busca pela redução dos altos índices de gravidez na adolescência e problemas advindos desta. A indicação nos Parâmetros Curriculares de incluir a Orientação Sexual no currículo promoveu ainda mais a discussão do assunto. Muitos têm considerado que a sexualidade, além de ser trabalhada na escola, não deve ser tema curricular de apenas algumas disciplinas, mas uma preocupação de todos, justamente buscando a transversalidade, como sugerem esses documentos.

Nesta perspectiva, os professores, <u>em todas as disciplinas</u> se comprometeriam com a educação sexual. Souza Pinto (apud Abramovay 2004) aponta que uma das vias de realização desse propósito é a <u>busca da contextualização</u> do conteúdo com a vida cotidiana do aluno e Sayão (apud Abramovay 2004) complementa que o trabalho em educação sexual seja construído a partir de questões e dúvidas trazidas pelos alunos.

Apesar da importância atribuída, por diversos especialistas, do papel da escola na promoção de ações que visem a educação para a sexualidade, algumas dificuldades têm sido registradas em relação a sua implementação. Abramovay (op. cit.) destaca que a falta de recursos, a insatisfação dos professores com suas condições de trabalho e de rendimentos, a falta de preparo e capacitação são alguns dos entraves do cenário escolar. Além disso, outras dificuldades como a desigualdade social, a pobreza estrutural de muitos alunos e as violências de várias ordens que cercam suas vidas, também são apontadas como dificultadores à implementação.

Além disso, é importante colocar que o problema da gestação na adolescência não se resume à falta ou à má utilização de métodos anticoncepcionais. O acesso à informação não garante maior proteção contra a gravidez na adolescência. A baixa auto-estima, o funcionamento familiar inadequado, a falta de perspectivas para o futuro também são fatores que resultam em gestação precoce (Dimenstein 2007) já que a gravidez é vista por muitos jovens como um projeto possível para o futuro.

Porém, é necessário reconhecer que a escola desempenha um papel importante na educação para a sexualidade e que o trabalho de orientação sexual pode contribuir para a prevenção de diversos problemas ligados a gravidez precoce. A Educação para a sexualidade também promove o debate sobre a contracepção, o conhecimento sobre métodos anticoncepcionais e sua disponibilidade e a reflexão sobre a própria sexualidade do aluno, ampliando desta maneira a percepção do jovem sobre os cuidados necessários para a adoção de comportamentos preventivos. A Orientação Sexual, em toda a sua amplitude, também dá condições aos jovens de se posicionarem adequadamente diante de diferentes situações, ensinando-os a serem críticos e provocando um sentido de responsabilidade e compromisso com a própria sexualidade, de modo que diante de situações adversas ou inesperadas sejam capazes de tomar decisões responsáveis e conscientes.

#### 2.2.4. Gravidez na adolescência no Brasil: concepções dos alunos

Ainda que os governos federal e estadual, através dos seus Ministérios e Secretarias, da Saúde e de Educação, estejam empenhados em promover e desenvolver na rede pública brasileira ações que visem a educação sexual de seus alunos, muito ainda é preciso ser feito. De acordo com pesquisas na área (Mitchell 2005, Guimarães 2003) e em concordância com os dados coletados no questionário (Apêncice D) deste estudo, pode-se entender que a escola não tem representado para o adolescente uma fonte de informação expressiva, deixando de suprir a carência dos mesmos no tocante às questões relativas à sexualidade.

De acordo com os dados do relatório IPAS[14] (Mitchell 2005), obtidos de pesquisa realizada entre jovens adolescentes de escolas públicas do Rio de Janeiro, 96% dos alunos participantes da pesquisa disseram acreditar que uma educação ampla sobre assuntos como sexualidade, prevenção de DST[15] e gravidez na adolescência deveria ser oferecida na escola. No entanto, destes alunos, apenas 41% relatou que sua escola oferecia aulas sobre sexualidade. Em outra pesquisa (Guimarães 2003) realizada com estudantes do Ensino Médio de Aracaju, cujo objetivo era identificar o conhecimento dos adolescentes escolares a respeito dos métodos anticoncepcionais demonstrou que 57,7% dos adolescentes pesquisados não recebem informações sobre métodos anticoncepcionais na escola. E destes, 61% afirmou que, quando existia, a abordagem era superficial.

Em relação ao grupo de alunos que fez parte desse estudo de caso, aproximadamente metade daqueles que responderam ao questionário, disseram que a escola havia fornecido informações a respeito do tema Educação Sexual,

[14] IPAS: Organização não governamental internacional que trabalha com o objetivo de proteger a saúde reprodutiva das mulheres. Para mais detalhes ver: http://www.ipas.org.br/missao.html.
[15] DST: Doença Sexualmente Transmissível.

ainda que destes, apenas poucos tenham conseguido lembrar de alguma situação específica em que o tema foi abordado.

| **A sua Escola fornece informações sobre Educação Sexual?** | |
|---|---|
| Não | 18 |
| sim, mas não consigo me lembrar de alguma situação específica | 8 |
| trazendo palestrantes de fora da escola | 10 |
| oferecendo oficinas extra-classe | 1 |
| nas aulas, pelo professor de | 2 |
| Outros | 1 |

Tabela 2.1: Questão colocada no questionário inicial (Apêndice D).
O total de alunos que responderam ao questionário foi 41.

De fato, apesar da quantidade e fácil acesso à informação da sociedade contemporânea, o adolescente tem pouco conhecimento sobre métodos anticoncepcionais. Se, por um lado, segundo a pesquisa do IPAS (Mitchell op. cit.), 71% dos jovens escolares dizem conhecer os preservativos masculinos e 21% dizem conhecer os anticoncepcionais orais (100% e 53%, respectivamente segundo a pesquisa realizada por Guimarães (op. cit.) em Aracajú), por outro lado mostram desconhecimento sobre sua eficiência, posologia e formas de administração.

O estudo realizado em Pelotas-RS (Paniz op. cit.) a respeito do conhecimento da população dessa cidade sobre os anticoncepcionais, identificou que ainda é limitado o conhecimento sobre o uso correto e adequado dos métodos contraceptivos mais utilizados (pílula, camisinha, diafragma e ligadura), sobre o ciclo menstrual e sobre o período fértil. Foi constatado que a maioria das mulheres tinha conhecimento correto da posologia do anticoncepcional (administração diária), porém não sabiam informar corretamente (70% destas) o que fazer caso houvesse esquecimento de um comprimido.

Em relação aos aspectos fisiológicos, como ciclo menstrual e período fértil, o mesmo estudo constatou que é elevado o desconhecimento da população com relação ao ciclo menstrual e, principalmente sobre o período fértil. Menos da metade das mulheres soube responder corretamente a questão[16] proposta na pesquisa sobre o ciclo menstrual, enquanto que, apenas um terço soube responder corretamente a questão[17] relativa ao período fértil. Estes dados estão de acordo com os de outras pesquisas (Costa apud Paniz 2005, Gomes et al. 2002, Pascotto e Sant'Ana 1999), realizadas com estudantes do Ensino Fundamental e Médio, que também revelaram a falta de conhecimento sobre o ciclo menstrual e período fértil da mulher.

Em relação às escolas, o tema "Sexualidade e Planejamento Familiar", quando desenvolvido, em geral, ocorre apenas nas disciplinas de Ciências/Biologia e Ensino Religioso, conforme levantamento realizado pelo Projeto Saúde Escolar. Esta constatação está de acordo com a infomação obtida na escola que fez parte do estudo de caso deste trabalho. Nessa escola, a discussão do tema está basicamente restrita às aulas de Biologia e a uma única série: a última do Ensino Médio.

No caso deste trabalho, pudemos constatar, a partir das informações obtidas no questionário (Apêndice D) e das perguntas levantadas pelos alunos em sala de aula, que os estudantes têm um conhecimento superficial a respeito do funcionamento do corpo e métodos anticoncepcionais. Quando afirmam que conhecem um determinado contraceptivo, podem querer dizer que apenas já ouviram falar. Assim, fica evidente que a informação que chega aos jovens não está sendo suficientemente clara para que estes tenham uma real compreensão do assunto. Além dos números impactantes associados aos jovens, existe um significativo despreparo e falta de informação por parte dos pais e professores, é o que afirma Werthein (op. cit.) em seu artigo para o jornal o Globo, se referindo à pesquisa "Juventude e Sexualidade" (Abramovay op. cit.) realizada por este órgão em 2004.

---

[16] A questão proposta sobre ciclo menstrual foi a seguinte: Quando começa um ciclo menstrual? (Alternativa correta: no primeiro dia da menstruação).
[17] A questão proposta sobre período fértil foi a seguinte: Numa mulher cujo ciclo menstrual é de 28 dias, a maior possibilidade de engravidar ocorre: (Alternativa correta: no 14º dia após o início da menstruação).

Se por um lado há indícios da falta ou má qualidade de informação, por outro lado, os estudos têm indicado que os jovens estudantes se mostram interessados em saber mais a respeito do assunto sexualidade.

Mais recentemente, o estudo "Saúde e Prevenção: cenários para a cultura de prevenção nas escolas", realizado pelo UNESCO (2007) e por iniciativa dos Ministérios da Saúde e da Educação brasileiros, constatou que esta preocupação não é apenas dos jovens. Pais e professores também afirmam que a educação para a saúde, incluindo a educação para a sexualidade, é função de todos, inclusive da escola.

Esses estudos demonstram de modo geral, que os adolescentes desejam e necessitam receber mais informações e ter mais espaço para debates e reflexões sobre sexualidade dentro do ambiente escolar. Também indicam que a escola, integrada com a família e unidades de saúde, deve atuar de maneira que o trabalho educativo não apenas permita que estes jovens tenham maior conhecimento sobre métodos contraceptivos e outras questões ligadas à sexualidade, como também lhes dê a oportunidade de transformarem o conhecimento de maneira a promover a integridade e a qualidade de vida. Assim, serão capazes de refletir sobre as questões biológicas, psicológicas e sociais ligadas ao tema e, deste modo ir em busca da sua liberdade de escolha reprodutiva.

## 2.3. Estudo de caso 2: Educação Sexual na Escola Estadual Odila Gay da Fonseca

Ainda de acordo com o que nos propusemos neste estudo de caso, que é explorar as questões relativas a gravidez na adolescência, particularizaremos ainda mais o estudo, procurando compreender no pormenor de que forma a educação para a sexualidade está sendo tratada em uma escola específica de Porto Alegre: o Colégio Estadual Odila Gay da Fonseca.

### 2.3.1. Descrição e características da escola e do grupo

O Colégio Estadual Odila Gay da Fonseca está localizado na zona sul de Porto Alegre e é uma escola de porte grande. Atende alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio, com um total de 100 funcionários e professores. Acolhe, no Ensino

Médio, um grande número de alunos provenientes de diferentes escolas da zona sul de Porto Alegre que oferecem apenas o ensino básico e fundamental. No mês de abril de 2007[18], 1585 alunos estavam matriculados e destes, 927 no Ensino Médio, distribuídos nos três turnos: 560 alunos no 1º ano, 240 alunos no 2º ano e 127 alunos no 3º ano.

Evasão, falta de freqüência, troca de turno e de turma, assim como mudanças de horários são características desta escola. Segundo informações do Censo Escolar 2006, a taxa de abandono, referente ao ano letivo de 2005, na Escola Odila Gay da Fonseca, foi de 18,3% no Ensino Médio, maior que a média da totalidade das escolas estaduais de Porto Alegre.

O problema da freqüência é difícil de ser quantificado já que muitos professores não fazem a chamada diariamente, deixando para determinar a freqüência pelas presenças em provas e trabalhos. Foi possível, no entanto, verificar que no período que se desenvolveu este estudo, a freqüência dos alunos foi muito baixa: aproximadamente metade deles teve freqüência menor que 75%.

Em relação ao calendário escolar e grade de horários, verificamos que no período curto de apenas um mês houve 4 mudanças de horário. Levando-se em consideração que estas mudanças ocorreram em abril e maio e que as aulas iniciaram em março, podemos constatar que algumas outras trocas já haviam sido feitas e muitas outras ainda estariam por acontecer.

Outros problemas, bastante comuns, são a dispensa antecipada dos alunos, atrasos e "subidas" de períodos. Estes ocorrem por determinação da direção e são justificados pela falta de professores e/ou problemas administrativos. Como conseqüência da "subida" de período, os professores chegam a situação de dar aula para duas turmas, de níveis não necessariamente iguais, ao mesmo tempo.

A troca de turno e conseqüentemente de turma, também é um problema enfrentado pela direção e é justificada pelas exigências dos empregadores, no caso de alunos

[18] Informações obtidas na secretaria da própria escola.

trabalhadores. Como nesta escola muitos alunos já precisam trabalhar, esta troca é freqüente. Evidência desta necessidade é percebida quando se compara o número de alunos em cada turno: os turnos da manhã e noite são os mais procurados. No período que aconteceu a experiência didática, um aluno solicitou troca de turma.

Todas essas questões refletem diretamente na qualidade do ensino. Desde a quantidade de material a ser oferecida até a seqüência lógica das atividades, são prejudicadas. Nem o professor, nem os alunos conseguem fazer um bom planejamento das aulas devido ao problema da troca de horários que causa desorganização dos alunos - que não sabem qual material precisam levar para a escola - como também favorecem mais uma turma do que outra por acabar tendo mais aulas de uma disciplina do que a outra. A continuidade das atividades também é prejudicada pela falta de hábito dos alunos de freqüentarem as aulas diariamente. Tudo isso contribui para a evasão escolar, desânimo generalizado, tanto dos alunos quanto dos professores.

No caso desta experiência, a seqüência de ensino foi desenvolvida em duas turmas de 1º ano do Ensino Médio do turno da tarde, com um total de 66 alunos matriculados, sendo destes, três gestantes, duas mães e um pai. Os problemas da freqüência e evasão escolar também puderam ser observados neste grupo particular, pois dos 66 alunos matriculados, 16 nunca apareceram, outros tinham freqüência variável, enquanto que poucos de fato freqüentaram as aulas. Do total de alunos freqüentadores, 51% deles tinham menos que 75% de freqüência. Isto é, quase a metade dos alunos estaria reprovada por falta, caso considerássemos este período como sendo a totalidade do ano letivo. Conversas com professores e análise dos dados fornecidos pelo Censo Escolar, confirmam que, infelizmente, estes números representam um retrato das escolas públicas em geral e não apenas desta em particular.

### 2.3.2. Educação Sexual no Colégio Odila Gay da Fonseca

Como vimos anteriormente, a Secretaria de Educação do Estado tem promovido atividades que buscam a promoção e prevenção em saúde via Projeto Saúde Escolar. No entanto, o Colégio Odila Gay da Fonseca não só não participou de nenhuma atividade promovida pela SEC, como as professoras de Biologia não tinham conhecimento deste projeto. O tema Educação Sexual é abordado apenas nas turmas de terceiro ano - série que se estuda reprodução humana dentro da Biologia – conforme fala das professoras da disciplina. Eventualmente abordam o tema em outras séries, e apenas quando solicitado pelas alunas que mostram interesse e curiosidade sobre o funcionamento do método contraceptivo da “tabelinha”.

Em relação a outros tipos de atividades voltadas à Educação Sexual, apenas duas palestras foram agendadas e planejadas segundo informações da direção e conforme planejamento anual. Ambas as palestras já vêm acontecendo anualmente nessa escola e são oferecidas por empresas que não possuem vínculo algum com órgãos governamentais.

Uma destas empresas é a Shering (empresa farmacêutica e responsável pela produção de anticoncepcionais), que oferece e realiza palestras em diversas escolas brasileiras como parte do Programa ATO (Programa de Atenção e Orientação à Saúde Sexual e Reprodutiva[19]). Segundo a empresa, o objetivo do programa é fornecer orientação e informação sobre sexualidade responsável para o público adolescente.

A outra empresa é do Grupo Saúde e Vida[20] que busca, através de palestras, a prevenção de doenças. Este grupo também realiza palestras em várias escolas brasileiras e também vende livros próprios sobre o tema saúde em geral. Durante o período em que foi realizado este estudo de caso, aconteceu uma destas palestras. Foi oferecida para o Ensino Médio, em um dia da semana, nos três turnos, com duração de 50 minutos. No final, o palestrante mostrou livros produzidos pelo grupo, que conteriam, segundo ele, todas as informações necessárias para a prevenção de doenças. Ainda segundo o palestrante, os livros seriam um investimento em prevenção, de custo muito inferior ao possível custo de uma gravidez indesejada, de um aborto ou de cirurgias advindas da falta de informação. Em vários momentos durante a palestra, foi feita referência a valores que o aluno deveria desembolsar caso fizesse um aborto, algum tratamento de doença sexualmente transmissível, etc.

[19] Para maiores informações, ver: www.programa-ato.com.br
[20] Para maiores informações ver: http://www.gruposaudeevida.com.br/

O aluno que tivesse interesse em adquirir tais livros deveria preencher um cadastro e se comprometer a pagar posteriormente, via documento bancário.

Mesmo que alguns professores tenham expressado opiniões positivas em relação a esta proposta de trabalho, e que considerem que os alunos necessitam de mais informações e espaço para discutir as questões envolvidas na sexualidade, nenhum movimento foi feito nesse sentido durante o período que este trabalho foi desenvolvido.

### 2.4. Resultados

Devido a natureza do objeto de estudo e da natureza qualitativa[21] desta metodologia de pesquisa, não se pode tirar conclusões gerais para toda a comunidade escolar. No entanto, foi possível demonstrar, na primeira etapa do estudo (item 2.2), a relevância do tema Educação Sexual, indicando a necessidade da presença da escola nestas questões. Além disso, foi possível constatar uma necessidade dos próprios alunos em tratar dos assuntos que envolvem esta temática no ambiente escolar, e a importância de iniciativas que proponham atividades interdisciplinares que envolvam outros professores e outras disciplinas além da Biologia ou Ciências.

Na segunda etapa do trabalho, desenvolvida na seção 2.3, foi possível identificar, na particularidade de um pequeno grupo, a precariedade com que a escola assume a sua responsabilidade nas questões relativas à Educação Sexual e as dificuldades de implementação presentes no contexto escolar.

Deste modo confirmamos aquilo que já havíamos previsto sobre a importância do desenvolvimento desta iniciativa – articular Matemática e Educação Sexual em sala de aula. Além disso, estes estudos serviram para completar o roteiro de trabalho da prática didática: desenvolvimento do modelo matemático do anticoncepcional adaptado para o nível médio, criação de um vídeo informativo e desenvolvimento de uma seqüência de atividades didáticas.

---

[21] Segundo Borba (2004), a pesquisa de cunho qualitativo refere-se a uma pesquisa que busca entender o mundo através de procedimentos qualitativos e, portanto, não isento de valores.

## 2.5. Considerações sobre este capítulo

Neste capítulo, através de um estudo de caso, mostramos a dimensão do problema da gravidez na adolescência no Brasil e a importância do papel da escola nestas questões. Mostramos também a importância que uma abordagem do ponto de vista da Matemática pode trazer em relação à conscientização do uso adequado das pílulas anticoncepcionais. Veremos nos capítulos seguintes a fundamentação matemática para tal abordagem.

# CAPÍTULO 3
# MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capitulo tratamos da segunda metodologia de pesquisa utilizada nesta dissertação: a modelagem matemática como é praticada na produção de conhecimento na área de Matemática Aplicada. Ao final, discutimos as etapas da modelagem e delineamos os passos introdutórios para a elaboração do modelo da absorção e eliminação do anticoncepcional oral.

## 3.4. Modelagem e Modelo Matemático

Davis e Hersh (1985) definem a Matemática Aplicada como a atividade em que a Matemática é aplicável fora de seus próprios interesses. A Matemática Aplicada é uma área interdisciplinar, lugar onde a Matemática se oferece como ferramenta e método para resolver problemas das outras ciências, como a Física, a Química ou a Biologia. A metodologia de produção de conhecimentos, nesta área, é a modelagem.

Estes autores definem modelo matemático:

> [...] um modelo é qualquer conjunto de equações matemáticas, completo e consistente que é elaborado para corresponder a alguma outra atividade como seu protótipo. O protótipo pode ser uma entidade física, biológica, social, conceitual ou talvez mesmo outro modelo ma temático. Pode-se substituir a palavra equações por ‘estruturas’, pois nem sempre se trabalha com um modelo numérico (p. 107).

Dito de forma simplificada, um modelo matemático nada mais é do que uma representação na linguagem da Matemática de um fenômeno não matemático. E modelagem é um processo de tradução de um fenômeno do mundo físico em uma equação ou um sistema de equações, obtidas a partir da análise e abstração de situações-problema com a escolha adequada de variáveis e suas relações.

Encontramos outra definição em Bassanezi (2004). Um modelo matemático pode ser entendido como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado e cuja importância reside na linguagem concisa, que expressa as idéias de maneira clara e sem ambigüidades. Para que um modelo seja eficiente deve permitir fazer previsões, tomar decisões, explicar e entender o fenômeno a ser modelado.

> A obtenção do modelo matemático pressupõe, por assim dizer, a existência de um dicionário que interpreta, sem ambigüidades, os símbolos e operações de uma teoria matemática em termos de linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa. Com isto, transpõe-se o problema de alguma realidade para a Matemática onde será tratado através de teorias e técnicas próprias desta Ciência; pela mesma via de interpretação, no sentido contrário, obtém-se o resultado dos estudos na linguagem original do problema (Bassanezi 1988, p.4).

O processo de modelagem matemática é dinâmico, envolve diferentes etapas. E o modelo é uma "forma de abstração e generalização com a finalidade de fazer previsões de tendências, cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual" (Bassanezi 2004, p.24).

No desenvolvimento desse trabalho, aceitamos duas acepções para este termo: método científico e metodologia de ensino. Nesse capítulo, tratamos modelagem matemática como método científico, como uma metodologia de pesquisa, o método de trabalho da Matemática Aplicada em sua essência. A partir de uma situação-problema se cria, ou modifica, modelos matemáticos que a descreva, com o objetivo de entender e/ou resolver a situação problematizada. Seu uso é adequado já que, de fato, contribui para o desenvolvimento e compreensão do fenômeno analisado.

### 3.5. Situação proposta

O modelo da eliminação e absorção de drogas no organismo humano (Bassanezi 1988, Aguiar et al. 1988, Lima 2005-b) contribui para predizer a concentração da droga no corpo para certo período de tempo, sem interferência de fatores externos tais como o excesso de peso, problemas renais, etc. No entanto, este modelo geral não dá conta de responder algumas questões específicas dos anticoncepcionais orais de uso diário, o que justifica a formulação de um modelo específico para este caso.

Seguindo a idéia expressa acima, de que um modelo matemático somente será adequado se contribuir para o desenvolvimento e compreensão do fenômeno analisado, nos propusemos a desenvolver um modelo que descreva o fenômeno da absorção/eliminação das pílulas anticoncepcionais de uso diário de modo que o modelo nos permita:

a) fazer previsões a cerca dos possíveis níveis de concentração deste medicamento no corpo;
b) tomar decisões a respeito de eventual esquecimento de um comprimido;
c) explicar questões relativas às altas dosagens, como as sugeridas para contracepção de emergência.

Para desenvolver um modelo matemático que descreva uma situação não matemática, um fenômeno da natureza ou de outras ciências, alguns autores (Bassanezi 2004, Biembengut e Hein 2003, Ponte 1992) sugerem a necessidade de que, ao longo do processo de elaboração e desenvolvimento do modelo, algumas etapas sejam cumpridas. São elas: identificar claramente o fenômeno a ser modelado; escolher uma estrutura matemática para representá-lo; determinar as variáveis adequadas procurando relacioná-las entre si, a partir das ferramentas matemáticas disponíveis; analisar o fenômeno e interpretá-lo de acordo com a situação que o originou e avaliar o modelo proposto, decidindo a sua validade ou adequação. Caso o modelo não seja adequado, procura-se redefinir o problema, considerar novas variáveis, estabelecer novas relações entre as variáveis, ou tentar novas vias de análise matemática. Este ciclo pode ocorrer várias vezes até que se obtenha um resultado satisfatório.

No nosso tema – fenômeno da absorção/eliminação dos anticoncepcionais orais (ACO) - partimos de um modelo matemático já existente, que descreve de maneira geral o processo de eliminação e de absorção de drogas no organismo humano e o modificamos de acordo com os parâmetros e características do anticoncepcional usado para o estudo. Nessa direção, optamos por enquadrar o processo no esquema de etapas sugerido por Bassanezi (2004). Com isso, algumas dessas etapas ficaram simplificadas. As mesmas estão descritas abaixo e esquematizadas na Figura 3.1.

1. **Experimentação**: os dados como meia-vida, biodisponibilidade, composição química, volume de distribuição, etc, foram obtidos em livros da área da

farmacologia. Além disso, foi necessário fazer um estudo do funcionamento do anticoncepcional do ponto de vista da fisiologia humana (descrito no Apêndice A), verificando as relações entre o ciclo menstrual e as concentrações hormonais no corpo da mulher. Este entendimento se fez necessário para uma compreensão mais abrangente do problema.

2. **Abstração**: os procedimentos que nos permitiram chegar à formulação dos Modelos Matemáticos foram:
    a) Seleção das variáveis: as variáveis (tempo e concentração da droga no organismo) envolvidas no problema eram as mesmas do modelo eliminação/absorção de drogas geral, já existente, por isso já estavam determinadas.

    b) Problematização: foram as questões iniciais que queríamos responder: - É possível determinar a concentração do anticoncepcional no corpo depois de administrados alguns comprimidos? – Esta concentração atinge algum nível de saturação (steady-state[22])?

    c) Formulação de hipóteses: partimos de alguns pressupostos: 1) a taxa de variação (absorção e eliminação) da concentração do anticoncepcional é proporcional à sua concentração na corrente sangüínea (modelo de um compartimento[23]), isto é, o decaimento da quantidade da droga no organismo é exponencial; 2) cada comprimido é absorvido instantaneamente pelo sangue; 3) o uso adequado do anticoncepcional consiste em administrar doses iguais, a cada dia, por 21 dias ininterruptos.

    d) Simplificação ou hipóteses simplificadoras: foram as simplificações inseridas nas hipóteses a respeito das características do corpo humano, visto como um único compartimento e da farmacocinética do

[22] A expressão steady-state significa estado de equilíbrio estável ou estado estacionário.
[23] Para mais detalhes ver o capítulo 4.

anticoncepcional, considerando-o de absorção imediata (biodisponibilidade[24] = 100%).

e) Estudo analítico e numérico: foram as etapas necessárias para a obtenção da solução final, incluindo definições e demonstrações matemáticas.

3. Resolução: as questões da problematização foram respondidas a partir das equações matemáticas (equações diferenciais e equações a diferenças) e dos gráficos obtidos, que interpretam as variações da concentração do ACO de acordo com o número de comprimidos administrados.

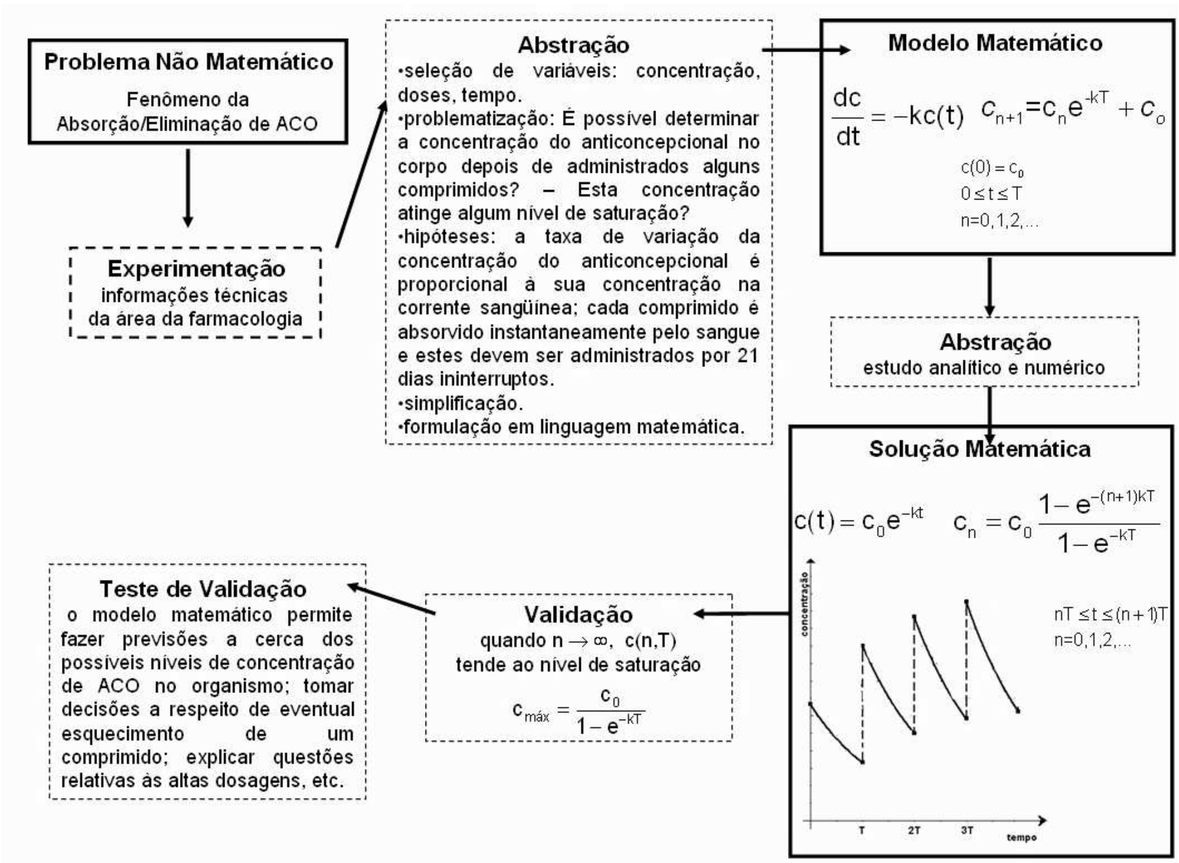



Figura 3.1: Etapas da construção do modelo matemático que descreve o funcionamento das pílulas anticoncepcionais. Mostra a dinâmica do processo.
Este esquema é uma adaptação de Bassanezi (2004 p.27).

[24] Para mais detalhes ver o capítulo 4.

4. Validação / Aplicação: podemos usar este modelo nas previsões a cerca dos possíveis níveis de concentração do anticoncepcional no organismo; tomar decisões a respeito de eventual esquecimento de um comprimido; explicar questões relativas às altas dosagens, como as sugeridas para contracepção de emergência e entender as diferenças entre modelos quando se modifica a posologia e/ou a forma de administração, como por exemplo, quando se usa o anticoncepcional injetável ou epidérmico.

Lembramos que raramente um fenômeno pode ser representado de maneira completa, por um modelo matemático (Bassanezi 2004). Ou seja, nenhum modelo matemático é definitivo; sempre podemos modificá-lo e torná-lo mais realista. É este o caso do fenômeno da absorção e da eliminação de ACO. No modelo desenvolvido procuramos estudar e compreender como se dá a ingestão e subseqüente metabolismo dos anticoncepcionais orais de uso diário, mas para isto algumas simplificações foram feitas:

a) Consideramos que o anticoncepcional (administrado via oral) chega inalterado à circulação. Isto é, sua biodisponibilidade é 100%.
b) Consideramos que a cinética do fármaco no organismo é reduzida apenas ao fluxo de um único compartimento (modelo unicompartimental), o que significa que, ao ser administrado, o anticoncepcional é absorvido instantaneamente.
c) Supomos que o intervalo entre as doses (entre cada pílula da cartela) é sempre o mesmo, ignorando-se pequenas variações de horas entre as doses.

No entanto, observamos que para fins deste trabalho, estas hipóteses simplificadoras não tiram as características essenciais do modelo. Elas facilitam o trabalho de adaptação do modelo para uso no Ensino Médio e ainda assim permitem que as questões inicialmente levantadas sejam respondidas.

### 3.6. Considerações sobre este capítulo

Neste capítulo procuramos definir e discutir a modelagem matemática vista como uma metodologia de pesquisa. Fundamentamos-nos nas idéias de Bassanezi e discutimos algumas etapas importantes para o desenvolvimento de um Modelo Matemático. No capítulo seguinte trataremos da matemática que fundamenta o modelo e do modelo propriamente dito.

# CAPÍTULO 4
# MODELO MATEMÁTICO DA ABSORÇÃO DE ANTICONCEPCIONAIS ORAIS DE USO DIÁRIO

Muitos fenômenos ou problemas são modelados por equações que envolvem variações das quantidades envolvidas, podendo estas variações ocorrer continuamente ou discretamente. O fenômeno da absorção/eliminação de drogas no organismo pode ser modelado por sistemas de equações com variáveis contínuas e discretas.

Neste capítulo, tratamos inicialmente das definições e soluções das equações a diferenças, apresentando uma definição de equações a diferenças lineares de primeira ordem e fazemos análises algébrica e gráfica do comportamento das possíveis soluções, destacando uma delas, em particular, que será objeto de estudo nas secções subseqüentes. Na continuidade descrevemos e definimos alguns dos principais conceitos envolvidos no modelo matemático da absorção de drogas no organismo para aplicar esta fundamentação no desenvolvimento do modelo para a absorção de anticoncepcionais de uso diário.

## 4.8. Equação a diferenças

Equações a diferenças são usadas geralmente para descrever alguns fenômenos que variam no tempo de forma não contínua. Simbolizamos o tempo, variando em intervalos discretos, por um número inteiro não negativo, n, e simbolizamos a variável y, função do tempo, por $y_n$ ou y(n), que indica o valor de y, correspondente a cada n do domínio da função y.

Uma equação que relaciona os valores de uma função $y_n$ e uma ou mais de suas diferenças $\Delta y_n$, $\Delta^2 y_n$,... para cada valor de n pertencente aos naturais, é denominada de equação a diferenças sobre o conjunto $\mathbb{N} = \{0,1,2,...\}$.

Denota-se por $\Delta y_n$, primeira diferença ou diferença de 1ª ordem de $y_n$; por $\Delta^2 y_n$, diferença de 2ª ordem de $y_n$, e assim por diante, de modo que:

$$\Delta y_n \equiv y_{n+1} - y_n$$

e

$$\Delta^2 y_n \equiv \Delta y_{n+1} - \Delta y_n = y_{n+2} - 2y_{n+1} + y_n$$

onde $n \in \mathbb{N}$ e $y_n$ está definida para todo n.

Dada uma equação a diferenças, estamos interessados em uma seqüência finita ou infinita de números reais com termos ($y_0$, $y_1$, $y_2$, ..., $y_n$, ...) que nada mais é que uma função de variável discreta, com domínio $\mathbb{N}$ e cuja imagem é o próprio conjunto de valores da seqüência.

$$\begin{aligned} &\mathbb{N} \to \mathbb{R} \\ &n \mapsto y_n = y(n) \end{aligned}$$

Se, por exemplo, uma pessoa administra certa droga uma vez ao dia ao longo de vários dias, a quantidade y(n+1) para n ≥ 0 da droga presente no corpo desta pessoa imediatamente após a administração de uma certa dose, será dada por uma função da quantidade existente antes y(n). Esta relação pode ser expressa por uma equação a diferenças: y(n+1) = f(y(n)); y(0) indica a dose inicial.

Em outras palavras, a partir da primeira dose y(0), a quantidade de uma droga presente no corpo de uma pessoa em um determinado dia depende da quantidade presente no dia anterior. Estamos interessados em estudar o comportamento da seqüência {$y_0$, $y_1$, $y_2$, ...} das quantidades de droga presentes em cada dia no corpo desta pessoa.

### 4.9. Equações a diferenças lineares de 1ª ordem (EDL1)

Quando o valor $y_{n+1}$ de uma seqüência {$y_n$} é função apenas do seu termo antecessor imediato, $y_n$, isto é, $y_{n+1}=f(y_n)$, a equação a diferenças é dita de primeira ordem. Se, além disso, a função $f(y_n)$ for uma função linear de $y_n$, temos uma equação a diferenças linear de 1ª ordem (EDL1), isto é:

$$y_{n+1} = Ay_n + B, \qquad (4.1)$$

em que A e B são constantes e $A \in \mathbb{R}^*$, $B \in \mathbb{R}$ e n = 0, 1, 2, 3,...

**Solução de uma EDL1**

Uma seqüência $\{y_0, y_1, y_2, ...\}$, que também pode ser representada por $\{y_n\}$, é dita solução da equação (4.1), se todos os seus termos sucessivos satisfizerem esta equação. Esta solução fica completamente determinada quando se conhece seu termo inicial $y_0$.

Embora qualquer termo da solução $y_0$, $y_1$, $y_2$, ... da equação (4.1) possa ser calculado quando se conhece o termo antecessor imediato, é muito tedioso e cansativo calcular termo a termo, se quisermos conhecer o valor de $y_n$, com n muito grande. É útil, então, procurar uma fórmula que expresse o termo geral $y_n$ em função de n e de seu termo inicial $y_0$, isto é, escrever o n-ésimo termo como $y_n = g(n,y_0)$, para alguma função conhecida g.

A solução única da equação (4.1) pode ser obtida como segue[25]:

Para n=0, temos:

$$y_1 = Ay_0 + B$$

E para n=1, temos:

$$\begin{aligned} y_2 &= Ay_1 + B \\ &= A(Ay_0 + B) + B \\ &= A^2y_0 + B(A + 1). \end{aligned}$$

Do mesmo modo para n = 2 obtemos:

$$\begin{aligned} y_3 &= Ay_2 + B \\ &= A(A^2y_0 + AB + B) + B \\ &= A^3y_0 + A^2B + AB + B = A^3y_0 + B(A^2 + A + 1). \end{aligned}$$

[25] Adaptação do texto: Elady N. **An Introduction to Difference Equations**. Springer, 1999.

Podemos conjeturar que existe um padrão nesta seqüência, e que este é dado por:

$$y_n = A^n y_0 + B(A^{n-1} + A^{n-2} + ...+ A + 1) \qquad n = 1, 2, 3, ...$$

No que segue, usaremos indução matemática para provar que, para todo $n \in \mathbb{N}$, $n>0$,

$$y_n = A^n y_0 + B\, S_n, \tag{4.2}$$

onde $S_n = A^{n-1} + A^{n-2} + ...+ A + 1$ é a soma dos n primeiros termos de uma série geométrica de razão A e primeiro termo 1.

Para tal assumiremos que a equação (4.2) é válida para n = k, e queremos mostrar que esta equação é válida também para n=k+1.

De (4.1), com n=k, temos que:

$$y_{k+1} = Ay_k + B;$$

e de (4.2), temos:

$$y_k = A^k y_0 + B\, S_k.$$

Logo,

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= A(A^k y_0 + B\, S_k.) + B \\ &= A^{k+1} y_0 + A\, B\, S_k + B \\ &= A^{k+1} y_0 + B\,(A\, S_k + 1). \end{aligned}$$

Por outro lado, temos que

$$A\,S_k + 1 = = A\,(A^{k-1} + A^{k-2} + ...+ A + 1) + 1$$
$$A^k + A^{k-1} + A^{k-2} + ...A^2 + A + 1$$
$$= S_{k+1}.$$

Logo,

$$y_{k+1} = A^{k+1}y_0 + B\,S_{k+1}\ .$$

Com isto concluímos que se (4.2) vale para n=k, (4.2) é válida também para n=k+1. Logo, por indução, a equação vale para todo $n \in \mathbb{N}$, n>0. Além disso, por construção, fica provado que esta solução é única.

Podemos explicitar ainda mais a solução (4.2), pois já sabemos que a soma de uma progressão geométrica $S_n$ é dada por:

$$S_n = \begin{cases} \dfrac{1-A^n}{1-A} & se\ A \neq 1 \\ n & se\ A = 1. \end{cases} \quad (4.3)$$

Então,

$$y_n = \begin{cases} A^n y_0 + B\dfrac{1-A^n}{1-A} & \text{se } A \neq 1 \quad (4.4\text{-a}) \\ y_0 + Bn & \text{se } A = 1 \quad (4.4\text{-b}) \end{cases}$$

é solução única da equação $y_{n+1} = Ay_n + B$ para $y_0$ dado; A e B são constantes $\in \mathbb{R}$ e n = 0, 1, 2, 3,...
Chamamos a atenção para o fato de termos incluído n = 0, visto que $y_n$ se reduz a $y_0$ quando n = 0.

## 4.10. Descrição do comportamento das possíveis soluções de uma EDL1

O comportamento da seqüência solução de uma EDL1 interessa em muitas aplicações tais como em problemas de investimentos, de crescimento populacional e de absorção de drogas, que é o foco deste estudo. Por esta razão, analisaremos nesta seção o comportamento qualitativo e gráfico das seqüências solução (4.4) da equação a diferenças (4.1), para distintos casos, dependendo dos valores dos parâmetros A, B e $y_0$. Consideraremos inicialmente os casos em que A=1 e depois, em que $A \neq 1$.

**<u>Comportamento para A=1</u>**:

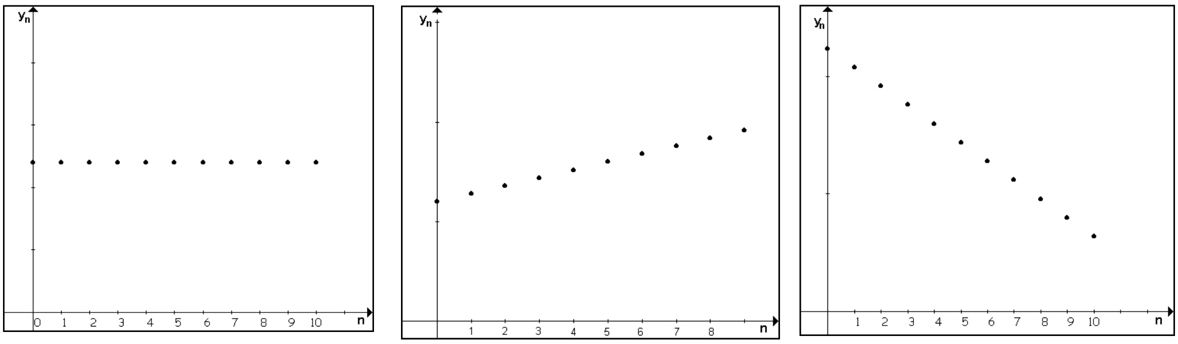
Para A=1, a equação (4.1), recai em $y_{n+1} = y_n + B$, $B \in \mathbb{R}$, constante e n = 0, 1, 2,..., e o comportamento da seqüência solução (4.4-b), $y_n = y_0 + Bn$, vai depender do sinal de B. Temos três possibilidades de solução, esquematizadas abaixo e cujos gráficos pode-se observar na Figura 4.1.

$$A = 1 \begin{cases} B = 0 \\ B > 0 \\ B < 0 \end{cases}$$

- B = 0: neste caso, $y_n = y_0$ de onde se conclui que a seqüência solução é uma constante, isto é, para qualquer valor de n a solução será sempre o próprio termo inicial (Figura 4.1(a)).

- B > 0: neste caso, a seqüência é monótona crescente, isto é, cada termo é sempre maior que o seu antecessor. O crescimento é linear, e a seqüência diverge para $+\infty$, isto é $\lim_{n\to\infty} y_n = +\infty$, (Figura 4.1(b)).

- B<0: neste caso, a seqüência é monótona decrescente, isto é, cada termo é sempre menor que o seu antecessor. O decrescimento é linear e a seqüência diverge para $-\infty$, isto é, $\lim_{n\to\infty} y_n = -\infty$ (Figura 4.1(c)).



(a) (b) (c)

Figura 4.1: Seqüência $\{y_n, n=0,1,2,...\}$ onde $y_n = y_0 + Bn$ com: (a) B=0; (b) B>0; (c) B<0.

Observamos que estas soluções são seqüências aritméticas de razão zero, positiva e negativa, para B respectivamente, nulo, positivo e negativo.

**Comportamento para A≠1**:

De (4.4(a)) temos que, se $A \neq 1$, $y_n$ é dado por:

$$y_n = A^n y_0 + B\frac{1-A^n}{1-A}, \qquad \text{para } n = 0,1,2,3,...$$

que pode ser rescrito sob a forma:

$$\begin{aligned} y_n &= A^n y_0 - A^n \frac{B}{1-A} + \frac{B}{1-A} \\ &= A^n\left(y_0 - C\right) + C, \end{aligned} \qquad (4.5)$$

onde definimos

$$C \equiv \frac{B}{1-A}.$$

Analisando a solução (4.5), observamos que $y_n$ é a soma de duas parcelas, a primeira parcela dada por $A^n\,(y_0 - C)$ à qual se soma a segunda parcela: C. Os diferentes tipos de comportamento de $y_n$ dependerão apenas da primeira parcela, visto que o efeito do termo C é de deslocar verticalmente o gráfico que se obtém a partir de $A^n\,(y_0 - C)$.

Assim sendo, o comportamento da seqüência solução vai depender do valor de $A^n$ (que por sua vez depende do valor de A, exceto se A=0) bem como das relações entre C e $y_0$, permitindo as diversas possibilidades discriminadas na Figura 4.2.

$$A \neq 1 \begin{cases} y_0 = C \\ y_0 \neq C \begin{cases} A<0 \begin{cases} A < -1 \begin{cases} y_0>C \\ y_0<C \end{cases} \\ A = -1 \begin{cases} y_0>C \\ y_0<C \end{cases} \\ -1 < A < 0 \begin{cases} y_0>C \\ y_0<C \end{cases} \end{cases} \\ A>0 \begin{cases} 0 < A < 1 \begin{cases} y_0>C \\ y_0<C \end{cases} \\ A > 1 \begin{cases} y_0>C \\ y_0<C \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Figura 4.2: Possíveis comportamentos da seqüência $\{y_n, n=0,1,2,...\}$, onde $y_n = A^n (y_0 - C) + C$, quando $A \neq 1$.

Inicialmente podemos classificar estas possibilidades em duas situações:

**I.** **$y_0$ = C**: neste caso, o coeficiente de $A^n$ é nulo e a solução é dada por $y_n=C=y_0$. Na Figura 4.3 apresentamos o gráfico da seqüência $\{y_n, n=0, 1, 2,...\}$ para $y_0 = C$, considerando $C = 150 > 0$.

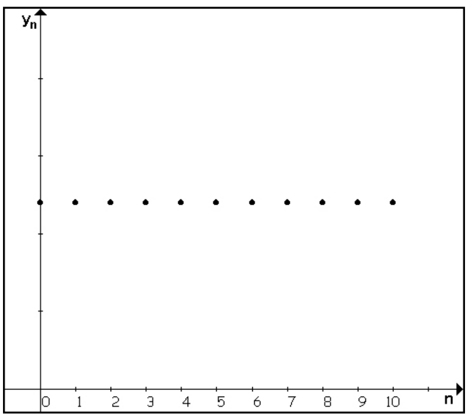



Figura 4.3: Gráfico da seqüência solução $\{y_n, n=0,1,2,...\}$, onde $y_n = A^n (y_0 - C) + C$, para $A \neq 1$ e $y_0 = C$.

**II.** **$y_0 \neq C$**: neste caso, $y_n$ dependerá de $A^n$ e por isso o comportamento da seqüência $\{y_n\}$ dependerá do comportamento da seqüência $\{A^n\}$.

**II.1.** Quando **A < 0**, o termo $A^n$ oscila entre valores negativos e positivos. Temos, conforme o esquema da Figura 4.2, seis possíveis comportamentos para a seqüência solução que, como veremos, se reduz a apenas três:

- **A<-1**: o termo $A^n$ oscila entre valores negativos e positivos, cujos módulos são crescentes. A seqüência será divergente, conforme é possível observar na Figura 4.4, onde ambas as seqüências $\{y_n$, n=0, 1, 2, ...$\}$ correspondem a A = - 2 e B = 60, donde C = 20, e, além disso, $y_0$ = 40 > C e $y_0$ = -40 < C, em (a) e (b) respectivamente.

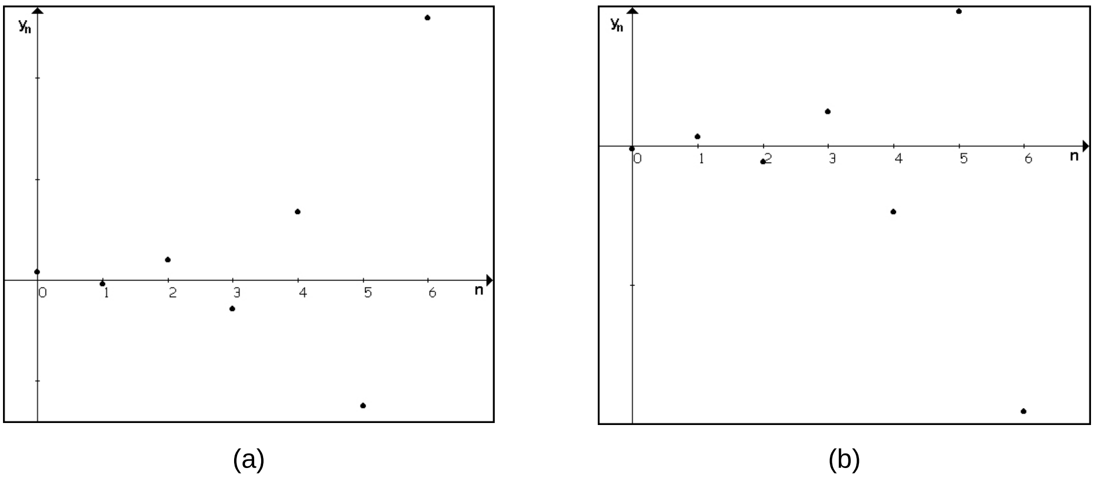



Figura 4.4: Gráfico da seqüência solução $\{y_n$, n=0,1,2,...$\}$, onde $y_n = A^n (y_0 - C) + C$, para A < -1 e (a) $y_0$ >C e (b) $y_0$ <C.

Observamos que os casos $y_0$ > C (Figura 4.4(a)) e $y_0$ < C (Figura 4.4(b)) podem ser reduzidos a um só tipo de comportamento, bastando considerar $y_0 \neq C$.

- **A=-1**: substituímos A por -1 na solução dada em (4.5) e obtemos:

$$y_n = (-1)^n \left(y_0 - C\right) + C$$

Como $(-1)^n$ é igual a -1 quando n é ímpar e 1 quando n é par e o termo ($y_0$ – C) não é nulo, temos que o gráfico solução oscila entre dois valores: para n par, $y_n = y_0$ e, para n ímpar, $y_n = 2C - y_0$, conforme podemos observar na Figura 4.5, onde ambas as seqüências $\{y_n, n=0, 1, 2, ...\}$ correspondem a A =-1 e B = 60, donde C = 30, e, além disso, $y_0 = 100$ e $y_0 = -100$, em (a) e (b) respectivamente.

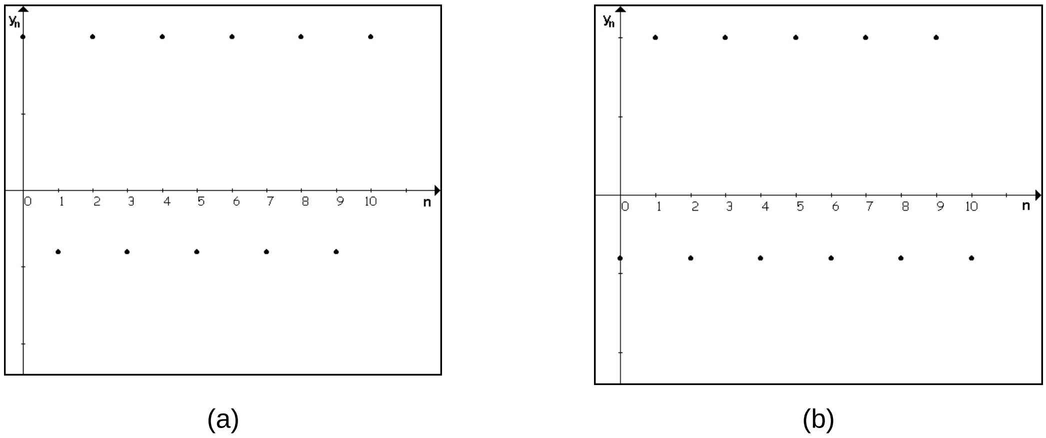



Figura 4.5: Gráfico da seqüência solução $\{y_n, n=0,1,2,...\}$, onde $y_n = A^n (y_0 - C) + C$, para A = -1 e (a) $y_0 > C$ e (b) $y_0 < C$.

Novamente verificamos que os casos em que $y_0 > C$ (Figura 4.5(a)) e $y_0 < C$ (Figura 4.5(b)) se reduzem a um só tipo de comportamento, bastando considerar $y_0 \neq C$.

- **–1<A<0**: temos uma situação análoga àquelas descritas anteriormente. Neste caso, porém, $A^n$ tende a zero quando n tende a infinito, isto é, $\lim A^n = 0$. Logo, esta seqüência solução é oscilatória amortecida e converge para C quando $y_0 \neq C$. Observamos tal comportamento nos gráficos da Figura 4.6, onde ambas as seqüências $\{y_n, n=0, 1, 2, ...\}$ correspondem a A =-0,8 e B = 9, donde C = 5, e, além disso, $y_0 = 50$ e $y_0 = -50$, em (a) e (b) respectivamente.

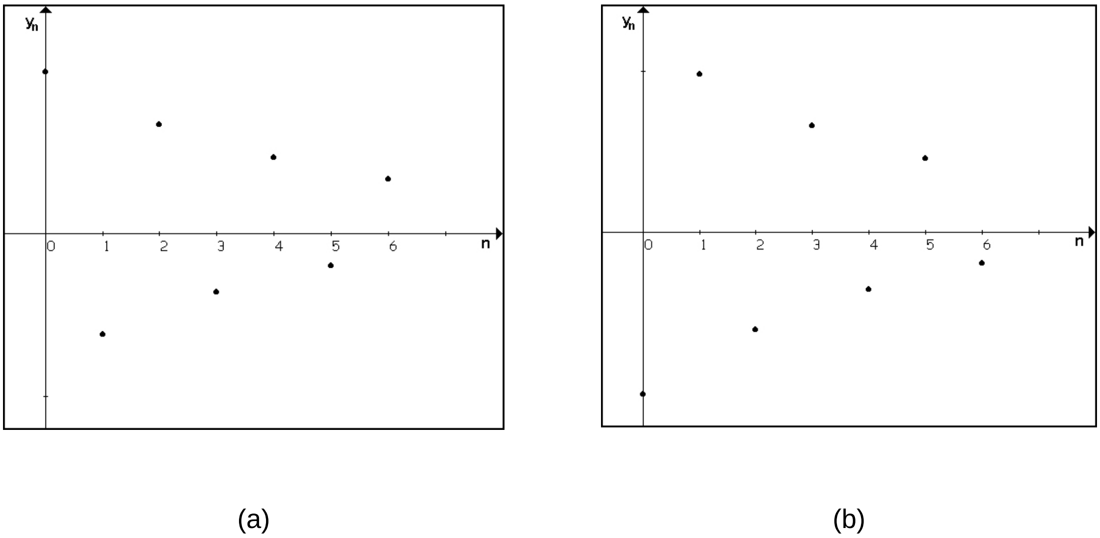


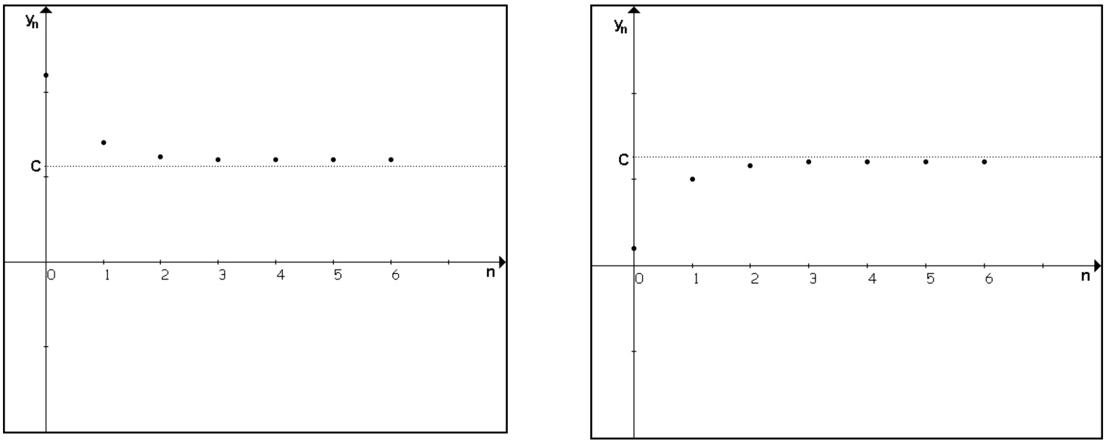

Figura 4.6: Gráfico da seqüência solução $\{y_n, n=0,1,2,...\}$, onde $y_n = A^n (y_0 – C) + C$, para $–1 < A < 0$ e (a) $y_0 > C$ e (b) $y_0 < C$.

Novamente verificamos que o fato de ter $y_0 > C$ ou $y_0 < C$ não interfere no comportamento do gráfico solução, e, portanto, os casos em que $y_0 > C$ (Figura 4.6(a)) e $y_0 < C$ (Figura 4.6(b)), se reduzem a um só tipo de comportamento, bastando considerar $y_0 \neq C$.

**II.2.** Quando **A>0** temos quatro possíveis comportamentos para a seqüência solução, que dependerão do intervalo a que A pertence e da relação entre C e $y_0$, (Figuras 4.7 e 4.8).

- **0<A<1** e **$y_0$>C**: como A pertence ao intervalo (0,1) temos que $0 < A^n < 1$ e tende a zero quando n tende a infinito, isto é, $\lim_{n\to\infty} A^n = 0$. Por outro lado, como $y_0>C$, temos que o termo $A^n (y_0 – C)$ tem o mesmo sinal que $A^n$, isto é, positivo. Logo, à medida que n cresce, toda essa expressão tende a zero por valores positivos e, portanto e seqüência $y_n$ é decrescente, monótona e converge para C, como mostrado na Figura 4.7(a), que corresponde a A = 0,2 e B = 4,8, donde C = 6, e tomamos como valor inicial $y_0=11 > C$.

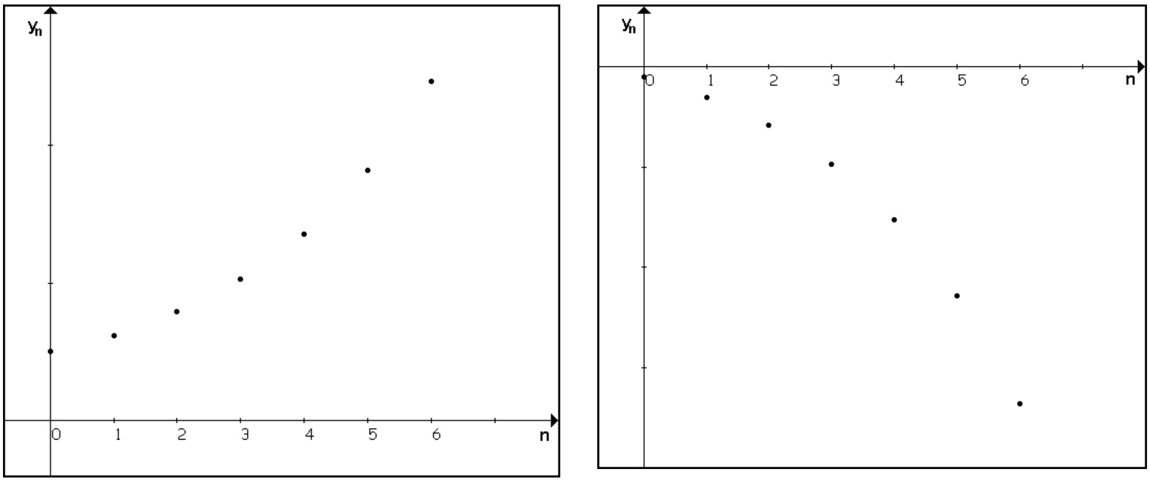
- **0<A<1** e **$y_0$<C**: como A pertence ao intervalo (0,1) temos que $0 < A^n < 1$ e tende a zero quando n tende a infinito, isto é, $\lim_{n\to\infty} A^n = 0$. Por outro lado, como $y_0<C$, temos que o termo $A^n\,(y_0 - C)$ tem sinal contrário ao de $A^n$, isto é, negativo. Logo, à medida que n cresce, toda essa expressão tende a zero por valores negativos e, portanto, a seqüência $y_n$ é crescente, monótona e converge para C, como mostrado na Figura 4.7(b), mantendo os mesmos valores de A e de B (e conseqüentemente de C) daqueles da Figura 4.7 (a), mas com $y_0=1 < C$.




(a) (b)

Figura 4.7: Gráfico da seqüência solução $\{y_n, n=0,1,2,...\}$, onde $y_n = A^n\,(y_0 - C) + C$, para $0<A<1$. (a) $y_0>C$; (b) $y_0<C$.

- **A>1**e **$y_0$>C**: como A é maior do que 1, tem-se $A^n > 1$ e $\lim_{n\to\infty} A^n = \infty$. Por outro lado, a desigualdade $y_0>C$, faz com que a expressão $A^n\,(y_0 - C)$ tenha o mesmo sinal de $A^n$, portanto, positivo. Logo, a seqüência $y_n$ é monótona crescente e diverge para $+\infty$, conforme podemos observar no gráfico da Figura 4.8(a), que corresponde a A = 1,4 e B = -8, donde C = 20, e escolhemos como valor inicial $y_0 = 50 > C$.




(a) (b)

Figura 4.8: Gráfico da seqüência solução $\{y_n, n=0,1,2,...\}$, onde $y_n = A^n (y_0 - C) + C$, para A>1. (a) $y_0>C$; (b) $y_0<C$.

- **A>1**e **$y_0$<C**: como A é maior do que 1 então tem-se $A^n > 1$ e $\lim_{n\to\infty} A^n = \infty$. Por outro lado, a desigualdade $y_0<C$, faz com que a expressão $A^n (y_0 - C)$ tenha sinal contrário ao de $A^n$, portanto, negativo. Logo, a seqüência $y_n$ é monótona decrescente e diverge para **-**∞, conforme observamos no gráfico da Figura 4.8(b), que corresponde aos mesmos valores de A e de B (e conseqüentemente de C) daqueles da Figura 4.8 (a), mas com $y_0=-5 < C$.

Em resumo temos os comportamentos das seqüências soluções apresentados na Figura 4.9.

$$A = 1 \begin{cases} B = 0 \;\Rightarrow y_n \text{ é constante} \\ B > 0 \;\Rightarrow y_n \text{ é linearmente crescente} \\ B < 0 \;\Rightarrow y_n \text{ é linearmente decrescente} \end{cases}$$

$$A \neq 1 \begin{cases} y_0 = C \quad \Rightarrow \quad y_n \text{ é constante} \\ y_0 \neq C \begin{cases} \text{A<0} \begin{cases} \text{A < -1} \begin{cases} \text{y}_0\text{>C} \\ \text{y}_0\text{<C} \end{cases} \Rightarrow \text{oscila infinitamente e } |y_n| \text{ aumenta} \\ \text{A = -1} \begin{cases} \text{y}_0\text{>C} \\ \text{y}_0\text{<C} \end{cases} \Rightarrow \text{oscila infinitamente entre dois valores fixos} \\ \text{-1 < A < 0} \begin{cases} \text{y}_0\text{>C} \\ \text{y}_0\text{<C} \end{cases} \Rightarrow \text{oscila e converge para C} \end{cases} \\ \text{A>0} \begin{cases} \text{0 < A < 1} \begin{cases} \text{y}_0\text{>C} \Rightarrow \text{monótona decrescente e converge para C} \\ \text{y}_0\text{<C} \Rightarrow \text{monótona crescente e converge para C} \end{cases} \\ \text{A > 1} \begin{cases} \text{y}_0\text{>C} \Rightarrow \text{monótona crescente e diverge para } +\infty \\ \text{y}_0\text{<C} \Rightarrow \text{monótona decrescente e diverge para } -\infty \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Figura 4.9: Esquema do comportamento das soluções da equação a diferenças $y_{n+1} = Ay_n + B$, para $y_0$ dado, A e B constantes $\in \mathbb{R}$, n = 0, 1, 2, 3,... e $C=\frac{B}{1-A}$.

Vimos que o comportamento da seqüência solução da EDL1 (4.1) depende dos parâmetros $y_o$, A e B. E mais, vimos também que, em alguns casos, a solução converge para um valor que é chamado de equilíbrio estável. É o caso das soluções em que $0 < A < 1$: a seqüência converge para C e será crescente ou decrescente conforme a relação entre $y_o$ e C (Figura 4.7).

## 4.11. Análise de uma situação particular

O modelo matemático do fenômeno absorção/eliminação de anticoncepcionais orais de uso diário, que construiremos mais adiante, é um caso particular da equação do tipo (4.1), com $0 < A < 1$ e $B = y_0 > 0$, isto é:

$$y_{n+1} = Ay_n + y_0, \tag{4.6}$$

para todo n = 0, 1, 2, 3,..., em que $A \in (0,1)$, é constante e $y_0 \in \mathbb{R} > 0$.

De (4.4(a)), com $B=y_0$, obtemos como solução única da equação (4.6):

$$y_n = y_0\left(A^n + \frac{1-A^n}{1-A}\right)$$

$$= y_0\left[\frac{(1-A)A^n + 1 - A^n}{1-A}\right],$$

que pode ser escrita como:

$$y_n = y_0\left(\frac{1-A^{n+1}}{1-A}\right). \tag{4.7}$$

Essa é a solução que utilizaremos, ao abordarmos o problema da absorção de anticoncepcionais orais de uso diário.

Dentro das diversas possibilidades discriminadas no esquema apresentado na Figura 4.9, temos, portanto, que: se $y_0 < C$, a solução será monótona crescente e convergirá para C; se $y_0 > C$, a solução será monótona decrescente e convergirá para C. Um cálculo muito simples nos leva a concluir que se trata do primeiro caso, pois, visto que $C = \dfrac{B}{1-A}$ teremos $C = \dfrac{y_0}{1-A}$, que certamente é maior que $y_0$, pois $0 < A < 1$ e $y_0 > 0$.

Em resumo, a solução (4.7) é monótona crescente e converge para um equilíbrio estável, $\dfrac{y_0}{1-A}$, conforme podemos observar no gráfico da Figura 4.10, para A=0,5 e $B = y_0 = 1$.

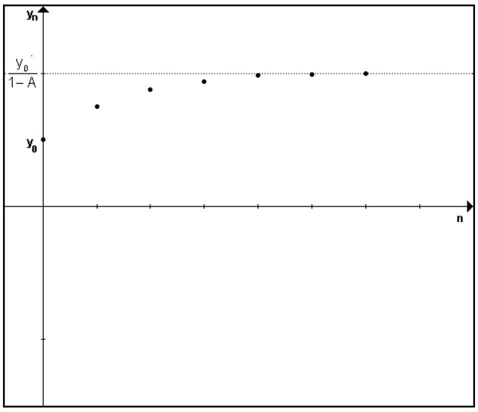



Figura 4.10: Gráfico da seqüência solução de $y_{n+1}=Ay_n + y_0$ para $0 < A < 1$.

## 4.12. Administração de drogas: absorção, distribuição e eliminação

Ao se administrar uma droga, esta é absorvida pelo corpo, mas, com o passar do tempo, é distribuída e eliminada. Compreender este processo de absorção, distribuição e eliminação de uma droga é importante para determinar a concentração adequada a ser utilizada de um medicamento, de modo a se obter os efeitos desejados. Um fármaco precisa estar presente em concentrações adequadas nos seus locais de ação, para ter um efeito terapêutico, evitando-se um efeito tóxico. Embora as concentrações atingidas sejam uma função da quantidade da droga administrada, também dependem do grau e da taxa de sua absorção, distribuição, ligação ou localização nos tecidos, da sua biotransformação e da sua excreção.

A farmacocinética é a área da farmacologia que trata dessas relações, buscando estabelecer uma relação mais quantitativa entre dose e efeito, para poder interpretar, com maior precisão, as medidas das concentrações de um fármaco nos líquidos biológicos. Definiremos aqui, alguns parâmetros farmacocinéticos mais importantes e utilizados no ajuste e posologia dos medicamentos. Dentre estes destacamos:

a) depuração ou clearance (CL): é a medida da capacidade do organismo de eliminar uma droga e pode ser expressa por

$$CL = \frac{\text{taxa de eliminação}}{c},$$

onde c é a concentração do fármaco. A taxa de eliminação do fármaco, por sua vez, é igual ao módulo de $\frac{dm}{dt}$:

$$\text{taxa de eliminação} = \left|\frac{dm}{dt}\right|.$$

E $\frac{dm}{dt}$ é negativa, pois corresponde a um decaimento. A massa do fármaco é m e t é o tempo. Usando mg como unidade de massa, h como unidade de tempo e [y] para representar a unidade de uma grandeza, temos:

$$[\text{taxa de eliminação}] = \frac{mg}{h}.$$

Como a concentração é definida pelo quociente entre massa m do fármaco e volume V de solução (líquido biológico), temos que, para V em litros,

$$[c] = \frac{mg}{\ell}.$$

Desta forma, concluímos que a depuração

$$CL = \frac{1}{c}\left|\frac{dm}{dt}\right| = -\frac{1}{c}\frac{dm}{dt}, \tag{4.8}$$

depende da droga e do organismo que a elimina, que CL > 0 e $\frac{dm}{dt} < 0$ e ainda, é expressa em unidades de volume por unidade de tempo (em horas), pois:

$$[CL] = \frac{\frac{mg}{h}}{\frac{mg}{\ell}} = \frac{\ell}{h}$$

b) volume de distribuição (V): é a medida do espaço aparente[26] do organismo disponível para conter o fármaco. V (medido em litros) relaciona a quantidade de uma droga no organismo com a sua concentração c (no plasma, sangue ou água), através de $c = \frac{m}{V}$.

c) biodisponibilidade (F): é a fração da droga que chega inalterada à circulação sistêmica após a administração por qualquer via. Ou, em outras palavras, é o percentual do fármaco que chega inalterado à circulação sistêmica. A biodisponibilidade é uma característica da droga, é tabelada (dada em %) e depende da absorção e do efeito de primeira passagem[27] da mesma. Quando uma droga é totalmente absorvida, de modo que a perda no trato intestinal seja desprezível, sua biodisponibilidade é de 100% (F=100% ou F=1).

d) meia-vida ($t_{1/2}$): é o tempo gasto para que a concentração plasmática de um fármaco no organismo se reduza à metade. Apesar de atualmente ser considerado um parâmetro derivado, pois se altera em função da depuração e do volume de distribuição, a meia-vida possibilita que se obtenha uma boa estimativa do tempo gasto para que o fármaco seja removido do organismo. É dada em unidade de tempo.

Quando uma droga é ingerida via oral, a mesma entra no aparelho gastrointestinal, é absorvida na corrente sangüínea, distribuída por todo o corpo, para que seja metabolisada e depois eliminada. Este processo pode ser descrito por um modelo de vários compartimentos (em que cada etapa é vista como um compartimento). Para fins de simplificação pode-se considerar que a droga, ao ser administrada, é absorvida instantaneamente. Neste caso o organismo humano é considerado como um único compartimento (modelo unicompartimental) em que a taxa de variação da concentração da droga no organismo $\frac{dc}{dt}$ é proporcional à sua concentração na corrente sangüínea a cada instante.

---

[26] O volume de distribuição é um volume <u>aparente</u> e pode (Holford et al, 1988) ultrapassar em muito o volume físico do corpo. As drogas que são limitadas ao compartimento plasmático, têm um volume de distribuição equivalente ao compartimento sangüíneo em que estão distribuídas, e que pode ser considerado de aproximadamente 3ℓ /70kg.

[27] A droga quando ingerida oralmente, normalmente passa por um processo no trato intestinal fazendo com que parte da mesma seja eliminada, antes mesmo de chegar à circulação sistêmica. Este processo de perda ou eliminação da droga, antes de chegar à circulação sistêmica, é denominado como efeito de primeira passagem.

Neste trabalho, consideraremos o modelo simplificado em que o corpo humano é visto como um único compartimento homogêneo e onde a absorção e a difusão da droga são instantâneas em todo o volume V, isto é, a sua biodisponibilidade F é igual a 1 e as variações de concentração do fármaco são totalmente determinadas pela meia-vida do mesmo: quanto menor a meia-vida do fármaco, mais rapidamente o mesmo é eliminado pelo organismo.

E mais, conforme Benet et al. (1988), o volume V, de distribuição de um determinado fármaco, pode variar muito em função de diversos fatores como a idade, sexo, doença, entre outros. Este autor sugere que o volume de distribuição V é igual a 3 litros, que pode ser considerado como o volume plasmático de um homem típico de 70 kg.

Para obter uma expressão para a concentração de um fármaco presente no organismo em um instante de tempo qualquer t, para o caso F=1, partimos do fato de que a taxa de variação da concentração $\left(\frac{dc}{dt}\right)$ é dada por:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m}{V}\right).$$

Como sabemos que V, o espaço aparente do corpo disponível para conter o fármaco, é constante, obtemos:

$$\frac{dc}{dt} = \frac{1}{V}\frac{dm}{dt}, \qquad (4.9)$$

onde $\left|\frac{dm}{dt}\right|$ nada mais é do que a taxa de eliminação do fármaco e $\frac{dm}{dt} = -\left|\frac{dm}{dt}\right| < 0$, pois m diminui com o passar do tempo. Portanto, de (4.8) e (4.9), obtemos:

$$\frac{dc}{dt} = -\frac{1}{V} \cdot CL \cdot c.$$

Ambos os parâmetros, volume V e depuração CL são constantes positivas. Pode-se, então, dizer que a taxa de variação da concentração de uma substância no corpo é proporcional à concentração presente em cada instante e é expressa pela equação diferencial:

$$\frac{dc}{dt} = -k\,c(t)\,, \tag{4.10}$$

em que c(t) é a concentração da substância no instante t e $k = \frac{CL}{V}$ (dada em $h^{-1}$) é uma constante positiva e é denominada constante de eliminação do fármaco. A solução da equação diferencial (4.10), que satisfaz a condição inicial $c(0) = c_0$, é dada por:

$$c(t) = c_0 e^{-kt}\,. \tag{4.11}$$

Donde concluímos que a concentração do fármaco no líquido plasmático, decresce exponencialmente com o passar do tempo. A concentração inicial pode ser obtida a partir da dose inicial e do volume plasmático, como segue:

$$c_0 = \frac{\text{dose inicial}}{V}\,. \tag{4.12}$$

Esta solução pode ainda ser escrita em função da meia-vida $t_{1/2}$ do fármaco, pois, sabe-se que $c\left(t_{1/2}\right) = \frac{c_0}{2}$, donde podemos escrever:

$$\frac{c_o}{2} = c_o e^{-kt_{1/2}}\,,$$

isto é,

$$k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}, \tag{4.13}$$

que substituído em (4.11), fornece:

$$c(t) = c_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.t} \tag{4.14}$$

A forma de escrever esta relação é mais conveniente do que (4.11), pois a constante de eliminação dos fármacos k, não costuma ser tabelada, enquanto que seus valores de meia-vida em geral encontram-se tabelados em livros ou informados nas bulas dos medicamentos.

Cabe aqui uma observação importante que se refere à administração de anticoncepcionais. Existem diferentes tipos de anticoncepcionais[28], com diferentes quantidades e substâncias em sua composição. Os mais utilizados, entretanto, são aqueles em que todos os comprimidos da cartela possuem a mesma composição química e são compostos apenas pelos dois principais tipos de hormônio: progesterona e estrógeno. Isto significa que a dose administrada diariamente é sempre a mesma. Por isso, na seção seguinte, quando tratarmos do modelo do anticoncepcional, consideraremos todas as doses iguais.

**Absorção, distribuição e eliminação: doses intermitentes**

Estamos interessados em compreender o comportamento das concentrações de um medicamento específico: um anticoncepcional que é administrado via oral em intervalos de tempo de 24 horas. Por esta razão, é importante compreender como se dão as relações farmacocinéticas quando há administração de doses intermitentes, isto é, quando a droga não é introduzida por infusão contínua.

Como já foi mencionado antes, ao se administrar uma droga, parte desta é eliminada segundo um modelo de decaimento exponencial, de acordo com a equação (4.11) ou, equivalentemente, (4.14) . Segundo este modelo, a droga, teoricamente, é eliminada do organismo, apenas no limite $t \to \infty$. No entanto se a droga for administrada em intervalos regulares, isto é, se a cada intervalo de tempo uma nova dose for administrada, ocorrerá um acúmulo desta no organismo. Não é difícil de compreender matematicamente como se dá este processo. Vejamos:

Suponhamos que uma dose de concentração $c_0$ seja administrada no início de cada um dos intervalos regulares [0, T], [T, 2T], [2T, 3T],... , de duração T. De acordo com a equação (4.11), que descreve a redução da concentração de um fármaco nos líquidos biológicos, com o passar do tempo, temos que, ao final do primeiro intervalo [0, T], pouco antes da administração da segunda dose, a concentração residual[29] $r_1$ é:

$$r_1 = c_0 e^{-kT} .$$

Uma nova dose (n=2) é administrada e, logo após a sua administração, em t =T, a concentração $c_1$ é dada por:

$$c_1 = r_1 + c_0 .$$

Do instante T ao instante 2T a concentração decairá de acordo com (4.11); logo, o resíduo pouco antes da administração da terceira dose será:

$$r_2 = c_1 e^{-kT} .$$

Logo após a administração da terceira dose (n=3), em t = 2T, a concentração será:

$$c_2 = r_2 + c_0 .$$

Generalizando, para n = 1,2,3, ..., podemos expressar a concentração logo após a ingestão do (n+1)-ésimo comprimido, no instante nT por:

$$c_n = r_n + c_o \qquad (n=1, 2, 3, ...) \qquad (4.15)$$

[28] Para mais detalhes, ver Apêndice A.
[29] Chamamos de concentração residual, a concentração restante do fármaco, ao final de cada intervalo, isto é imediatamente antes da administração da dose seguinte.

onde $r_n$ é a concentração residual pouco antes da administração da (n+1)-ésima dose, dada por:

$$r_n = c_{n-1} e^{-kT} \qquad (n=1, 2, 3, ...). \qquad (4.16)$$

| tempo (n-1)T | resíduo (mg/ℓ) ($r_{n-1}$) | dose (n) | concentração (mg/ℓ) ($c_{n-1}$) |
|---|---|---|---|
| 0 | - | 1 | $c_0$ |
| T | $r_1 = c_0 e^{-kT}$ | 2 | $c_1 = r_1 + c_0$ |
| 2T | $r_2 = c_1 e^{-kT}$ | 3 | $c_2 = r_2 + c_0$ |
| 3T | $r_3 = c_2 e^{-kT}$ | 4 | $c_3 = r_3 + c_0$ |
| 4T | $r_4 = c_3 e^{-kT}$ | 5 | $c_4 = r_4 + c_0$ |
| . . . | . . . | . . . | . . . |
| nT | $r_n = c_{n-1} e^{-kT}$ | (n+1) | $c_n = r_n + c_0$ |

Tabela 4.1: Concentrações do fármaco para um conjunto de n doses iguais, separadas entre si por intervalos regulares de tempo de duração T.

Substituindo (4.15) em (4.16), para n = 1,2.3...obtemos:

$$c_n = c_{n-1} e^{-kT} + c_o \,,$$

ou, ainda,

$$c_{n+1} = c_n e^{-kT} + c_o \qquad (n=0,1,2,...). \qquad (4.17)$$

Segundo os estudos anteriores, a equação (4.17), para $A = e^{-kT}$ e $c_0 = y_0$, é uma equação a diferenças linear de primeira ordem (EDL1), do tipo (4.6), onde $y_i = c_i$, para i= 0, 1, 2, ....:

$$y_{n+1} = Ay_n + y_0 \qquad (n=0,1,2,...)$$

cuja solução tem a forma dada em (4.7), a saber:

$$y_n = y_0 \left( \frac{1 - A^{n+1}}{1 - A} \right)$$

sendo que $0 < A < 1$.

Podemos escrever a solução da equação a diferenças (4.17), como segue:

$$c_n = c_0 \frac{1 - e^{-(n+1)kT}}{1 - e^{-kT}} \qquad (n=0,1,2,...). \quad (4.18)$$

Esta é a concentração logo após a ingestão da (n+1)-ésima dose. A solução (4.18) nos permite concluir que, após a n-ésima dose, a concentração no início do n-ésimo intervalo é dada por:

$$c_{n-1} = c_0 \frac{1 - e^{-nkT}}{1 - e^{-kT}} \qquad (n=1,2,3,...), \quad (4.19)$$

Esta é a ordenada do ponto superior, na descontinuidade traçada no gráfico da Figura 4.11, quando a abscissa é (n-1)T.

No final do n-ésimo intervalo, o resíduo $r_n$ em $t = nT$ é dado por:

$$r_n = c_{n-1} e^{-kT} = c_0 e^{-kT} \frac{1 - e^{-nkT}}{1 - e^{-kT}} \qquad (n=1,2,3,...), \quad (4.20)$$

Esta é a ordenada do ponto inferior na descontinuidade traçada no gráfico da Figura 4.11, quando a abscissa é igual a nT.

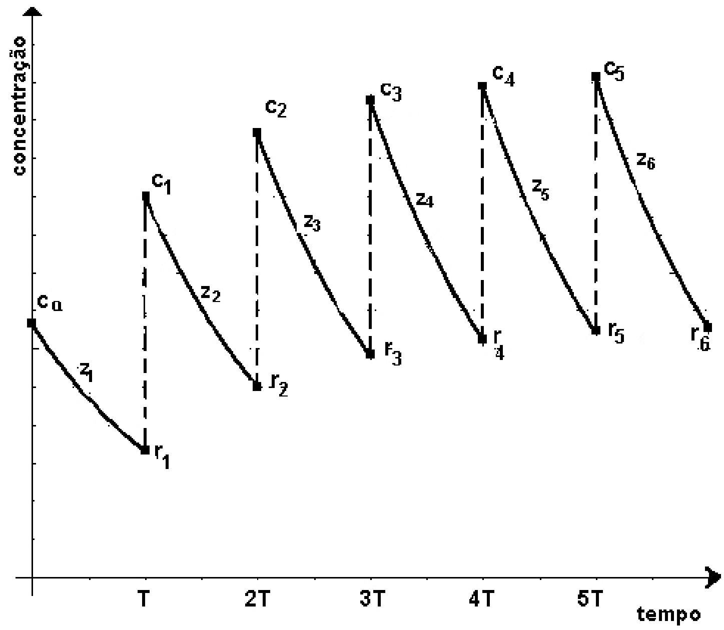



Figura 4.11: Concentração da droga administrada em doses iguais, a cada intervalo de tempo de duração T.

As equações da família de curvas $\{ z_i$, i = 1, 2, 3, ...} que unem os pontos [ (i-1)T, $c_{i-1}$] a ( iT, $r_i$) são obtidas a partir da equação (4.11) e podem ser representadas na forma da família de equações :

$$
\begin{array}{ll}
z_1(t) = c_0 \cdot e^{-kt} & 0 \le t \le T \\
z_2(t) = c_1 \cdot e^{-k(t-T)} & T \le t \le 2T \\
z_3(t) = c_2 \cdot e^{-k(t-2T)} & 2T \le t \le 3T \\
* & * \\
* & * \\
* & * \\
z_{n+1}(t) = c_n \cdot e^{-k(t-nT)} & nT \le t \le (n+1)T
\end{array}
\qquad (4.21)
$$

Donde podemos escrever:

$$z_i(t) = c_{i-1} \cdot e^{-k[t-(i-1)T]} \qquad (i=1,2,3,...),$$

Para (i-1)T $\le$ t $\le$ iT.

Podemos conferir que quando t=(i-1)T, obtém-se $z_i = c_{i-1}$, e quando t = iT, obtém-se $z_i = c_{i-1}e^{-kT} = r_i$, como seria de se esperar.

Como desejamos compreender o comportamento da concentração de um anticoncepcional que é administrado ininterruptamente durante 21 dias consecutivos, buscaremos entender o comportamento desta seqüência de exponenciais para um número grande de doses, ou seja, para n suficientemente alto.

Ao analisarmos (4.19) e (4.20) observamos que o único termo envolvendo n é $e^{-nkT}$, no numerador. À medida que n cresce, este termo decresce, e com isso, ambos, $c_{n-1}$ e $r_n$ crescem. Entretanto, o crescimento <u>não é ilimitado</u>, pois a equação (4.17) é um tipo particular de equação a diferenças (4.6), que é monótona crescente e tem solução convergente. Para determinarmos exatamente como é este crescimento e para quais valores as seqüências convergem, podemos calcular os seguintes limites, para $n \to \infty$, lembrando que k>0, obtemos de (4.19)

$$\lim_{n\to\infty} c_{n-1} = \frac{c_0}{1-e^{-kT}} \, . \tag{4.22}$$

E de (4.20):

$$\lim_{n\to\infty} r_n = \frac{c_0 e^{-kT}}{1-e^{-kT}} = \frac{c_0}{e^{kT}-1} \, . \tag{4.23}$$

Na Figura 4.12, apresentamos a mesma seqüência correspondente à Figura 4.11, para n=16, 17, 18, ..., 21. A concentração da droga oscila entre dois níveis, aproximadamente iguais a $C_{mín}$, dado por (4.23) e $C_{máx}$, dado por (4.22), nunca ultrapassando esses limites. Exatamente entre estes valores extremos situam-se as concentrações desejadas para fins terapêuticos: $C_{mín}$, a concentração mínima eficaz e $C_{máx}$, a concentração máxima não tóxica.

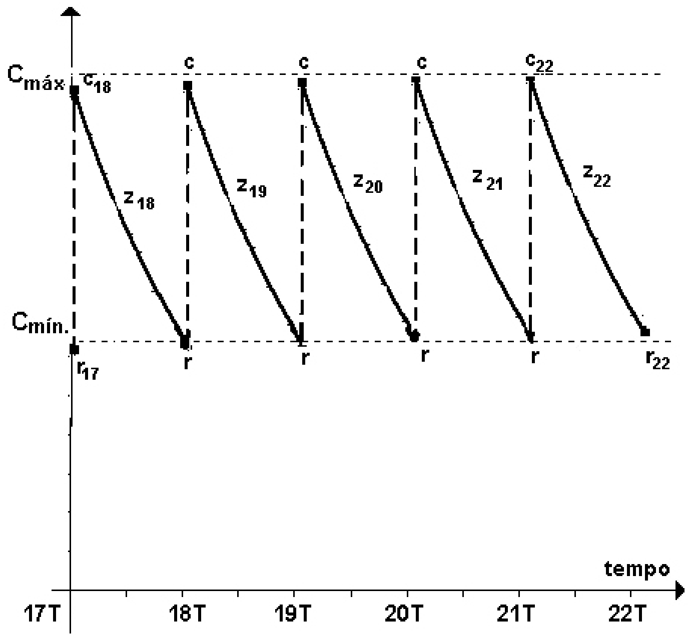



Figura 4.12: Concentração da droga de t = 17T a t = 22T. Este gráfico representa uma continuação do gráfico da Figura 4.11 para valores maiores de n.

O modelo acima mencionado é simplificado, mas mostra de maneira geral o comportamento de diferentes drogas no organismo.

Neste momento podemos levantar uma questão: - O que acontece quando uma das doses não é administrada?

Para respondê-la, vamos supor que as três primeiras doses sejam normalmente administradas nos instantes 0, T e 2T, conforme se pode observar no gráfico da Figura 4.13. No instante 3T, uma nova dose deveria ser administrada, mas vamos supor que esta dose <u>não</u> seja administrada neste intervalo e que o próximo comprimido ingerido ocorra apenas no instante 4T, ou seja, quando deveria ser ingerida a quinta dose.

Então, o organismo continuou a eliminar a substância, durante o intervalo [3T,4T] de acordo com $z_3(t)$, em (4.21), atingindo o valor $c_2e^{-k2T} = r_4^*$, até que a nova dose seja administrada. Quando t = 4T, a nova dose é administrada e c(t) passa para $c_4^* = c_2e^{-k2T} + c_0$ que decrescerá para $r_5^*$, como mostra a Figura 4.13.

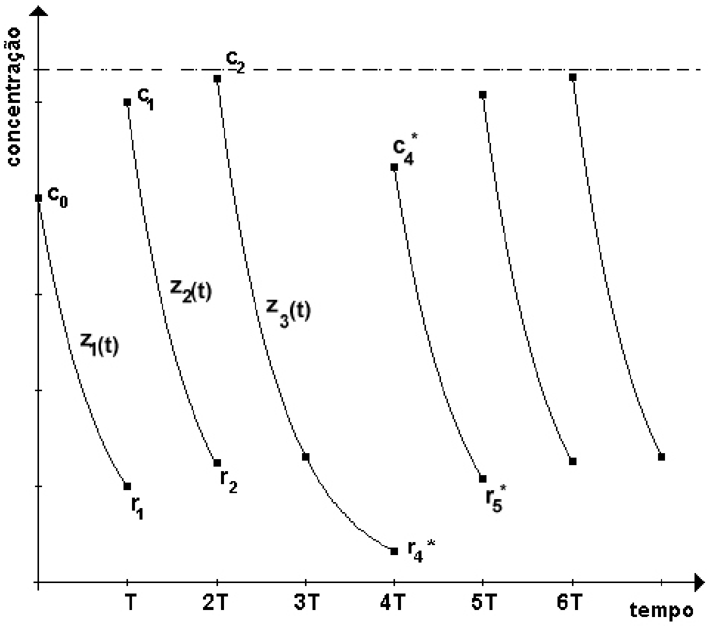



Figura 4.13: Comportamento da concentração de uma droga que não foi administrada em um dos intervalos regulares de tempo.

Em resumo temos que, ocorrendo administrações sucessivas a intervalos regulares, com o passar do tempo, a concentração máxima de um fármaco (nos líquidos biológicos), estabiliza, nunca ultrapassando um limite máximo. No entanto, quando ocorre uma falha (ocasionada por um possível esquecimento) na ingestão das doses intermitentes, a concentração, que diminui no intervalo entre as doses, continua diminuindo, até que nova dose seja administrada. Esta interrupção também ocasiona um retardo no equilíbrio estável, conforme podemos observar no gráfico da Figura 4.13.

## 4.13. Absorção, distribuição e eliminação: anticoncepcional Level

A seguir, modelaremos o comportamento de um contraceptivo oral, cujo nome comercial é Level e é produzido por Biolab Sanus Farmacêutica Ltda. A sua forma farmacêutica de apresentação é uma caixa, que possui um blíster (ou cartela) com 21 comprimidos revestidos, que devem ser administrados diariamente, onde cada comprimido contém 0,100 mg de levonorgestrel e 0,020 mg de etinilestradiol. Estes são os hormônios sintéticos correspondentes à progesterona e estrogênio naturais, respectivamente[30].

Sua bula possui algumas informações técnicas de administração tais como posologia, possíveis efeitos adversos, entre outros. Abaixo estão reproduzidos alguns destes itens.

*Informações técnicas:*

*Level é resultante da combinação de levonorgestrel, progestágeno totalmente sintético com o etinilestradiol, um estrógeno.(...) O levonorgestrel é rápida e completamente absorvido após administração oral (praticamente 100% biodisponível) e não sofre metabolização de primeira passagem. O etinilestradiol também é rápida e quase totalmente absorvido pelo trato gastrointestinal, mas devido à metabolização de primeira passagem na mucosa intestinal e fígado, a sua biodisponibilidade está entre 38 e 48%. Após dose única, a concentração sangüínea máxima de levonorgestrel é alcançada entre 1 a 2,5 horas e o "steady-state" é atingido após 19 dias de uso contínuo. (...) Após dose única, a concentração máxima do etinilestradiol no soro é alcançada entre 1 a 2 horas e o "steady-state" após o 6º dia de uso ininterrupto.(...) A meia-vida de eliminação plasmática do levonorgestrel com o etinilestradiol é de 8 a 13 horas.*

*Posologia:*

*Para se alcançar o máximo efeito contraceptivo, Level® deve ser utilizado exatamente como está descrito, e em intervalos que não excedam 24 horas. (...) O uso de Level deve iniciar-se no 1º dia do ciclo menstrual, isto é, no 1º dia da menstruação (primeiro dia de sangramento). Assim, diariamente, durante 21 dias consecutivos, deve-se tomar um comprimido de Level.(...)Durante o primeiro ciclo, a segurança contraceptiva só é alcançada com Level após o uso dos comprimidos por 7 dias consecutivos.(...)*

Conforme a bula do anticoncepcional Level, sua meia-vida de eliminação plasmática pode variar no intervalo de 8 a 13 horas, permitindo assim, uma margem de diferença nas concentrações de equilíbrio do fármaco. Adotaremos para fins deste trabalho uma meia-vida plasmática de 12 horas, o que significa que, passadas 12 horas, a quantidade de fármaco no organismo fica reduzida à metade da quantidade inicial. Com isso, de (4.13) obtemos:

---

[30] Para mais detalhes, ver Apêndice A.

$$k=\frac{\ln 2}{t_{1/2}}=\frac{0,693}{0,5}\equiv 2\ln 2\ \text{dia}^{-1}.$$

Já que cada comprimido de Level contém 0,12 mg (120 μg) distribuídos em um volume plasmático de 3 litros[31], cada dose ingerida é responsável por um acréscimo de 40 μg/ℓ na concentração de substância no corpo.

Considerando-se que cada intervalo de tempo de duração T corresponde, no caso do anticoncepcional, a um dia, temos que kT=2ln2 e a equação (4.16) pode ser escrita sob a forma:

$$r_n=c_{n-1}e^{-2\ln 2}.$$

No início do primeiro intervalo, logo após a administração da primeira dose (n=1), a concentração deste anticoncepcional no sangue é de $c_0$ = 40 μg/ℓ.

De (4.21), tem-se que o organismo elimina parte do Level - curvas cheias do gráfico da Figura 4.14 - segundo:

$$z_1(t)\ =\ c_0.\ e^{-kt}=40e^{-2\ln 2t} \qquad\qquad 0\le t\le 1$$

onde t é o tempo em dias.

Ao final do primeiro intervalo, sua concentração residual é dada por:

$$r_1=c_0e^{-k}=40e^{-2\ln 2}=10\ \mu g/\ell,$$

Que é igual ao valor de $z_1$ para t=1.

O resultado acima evidencia que, passados 24 horas, a quantidade de Level no organismo reduziu-se a ¼ da quantidade inicial.

---

[31] De acordo com (Holford et al, 1988) e de acordo com a observação feita na seção 4.5.

No início do intervalo seguinte, um segundo comprimido (de 40 $\mu g/\ell$) é administrado, fazendo com que a concentração deste anticoncepcional passe a ser $c_1 = r_1 + c_0 = 50\ \mu g/\ell$ (ver equação (4.15)).

Novamente, o organismo elimina o anticoncepcional ao longo do dia, segundo:

$$z_2(t) = c_1 .\ e^{-k(t-1)} = 50e^{-2\ln 2(t-1)} \qquad 1 \le t \le 2,$$

e, imediatamente antes da ingestão da terceira dose (n=3), a concentração será:

$$r_2 = c_1 e^{-2\ln 2} = 50e^{-2\ln 2} = 12{,}45\ \mu g/\ell,$$

Que é igual ao valor de $z_2$ quando t = 2. Assim ocorre sucessivamente.

É possível conferir, na Tabela 4.2, os valores da concentração, nos extremos de cada intervalo de 1 dia, para 10 comprimidos ingeridos, e no gráfico da Figura 4.14 o mesmo comportamento para a ingestão de 7 comprimidos.

| tempo(dias) (n-1) | resíduo (mg/ℓ) ($r_{n-1}$) | dose (n) | concentração (mg/ℓ) ($c_{n-1}$) |
|---|---|---|---|
| 0 | - | 1 | 40 |
| 1 | 10,00 | 2 | 50,00 |
| 2 | 12,50 | 3 | 52,50 |
| 3 | 13,13 | 4 | 53,13 |
| 4 | 13,28 | 5 | 53,28 |
| 5 | 13,32 | 6 | 53,32 |
| 6 | 13,33 | 7 | 53,33 |
| 7 | 13,33 | 8 | 53,33 |
| 8 | 13,33 | 9 | 53,33 |

Tabela 4.2: Concentração do anticoncepcional Level, imediatamente após a ingestão da n-ésima dose ($r_{n-1}$) e logo após a n-ésima dose ($c_{n-1}$).

Observamos através do gráfico, que, a partir de um certo valor de n, as concentrações $r_n$ (pontos inferiores) e $c_n$ (pontos superiores) são praticamente constantes. Dos valores tabelados verificamos que isto ocorre a partir de n = 7. Em outras palavras isto significa que o "steady-state" é atingido a partir do 8º comprimido administrado ininterruptamente.

Observamos também que para meia-vida menor, o estado estacionário "steady-state", seria atingido em um tempo maior.

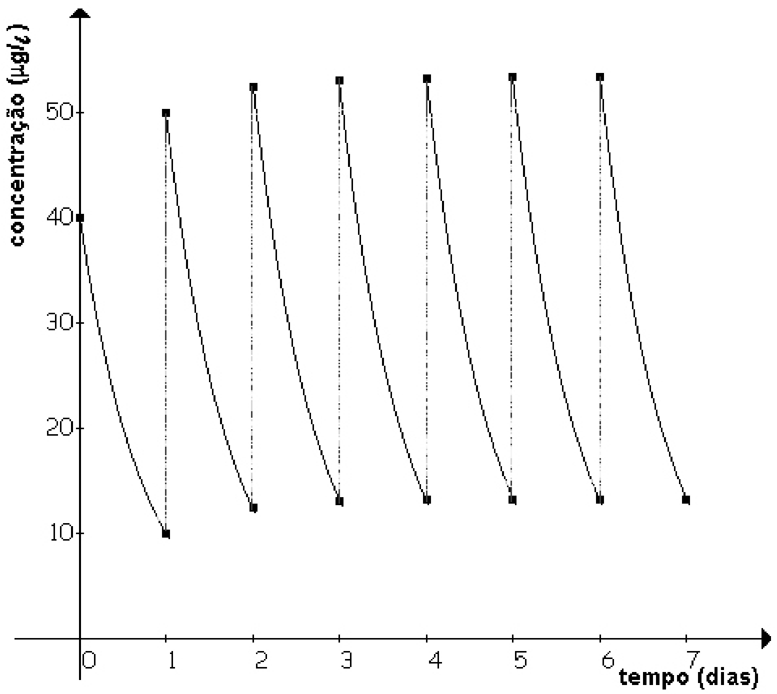



Figura 4.14: Níveis de concentração do anticoncepcional Level no sangue por um período de 7 dias. Os pontos superiores correspondem à concentração $c_n$ e os inferiores á concentração $r_n$, a cada início e fim de intervalo, respectivamente.

É possível observar ainda, que os valores $r_n \cong 13{,}33\ \mu g/\ell$ e $c_n \cong 53{,}33\ \mu g/\ell$, obtidos na tabela 4.2, coincidem com os valores de $c_{mín}$ e $c_{máx}$ indicados nas equações (4.23) e (4.22) respectivamente.

É importante também lembrar que estamos considerando que a primeira dose se refere ao primeiro comprimido da primeira cartela do anticoncepcional. Com isto estamos querendo dizer que antes da administração do anticoncepcional oral, o corpo da mulher vinha "ciclando[32]" normalmente sem haver um controle perfeito da ovulação (Apêndice A). Depois de iniciado o uso do anticoncepcional e, de acordo com o modelo matemático que acabamos de apresentar, há uma elevação na concentração dos hormônios e com isso não há estímulo suficiente para que ocorra a ovulação.

Quando é feita uma pausa de 7 dias, entre uma cartela e outra, período em que nenhum comprimido é ingerido, não há reposição de doses. Assim, o organismo apenas segue eliminando o anticoncepcional até que se inicie uma nova cartela. A expressão que representa o decaimento da concentração do anticoncepcional durante os sete dias de pausa é:

$$z_{22}(t) = c_{21} \cdot e^{-k(t-21)} \qquad 21 \leq t \leq 28,$$

e sua representação gráfica pode ser vista na Figura 4.15, onde é possível perceber também que, ao final destes 7 dias de pausa, a concentração do anticoncepcional no corpo é, na prática, nula.

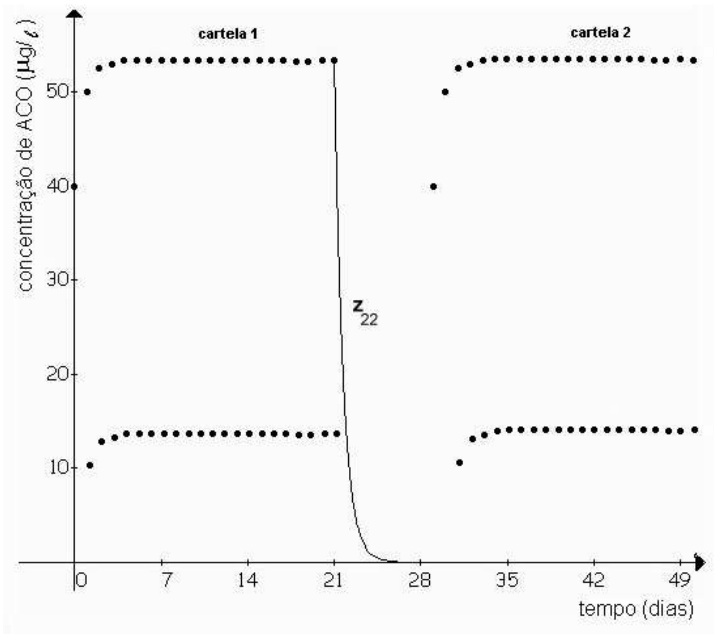



Figura 4.15: Esquema mostrando o comportamento dos níveis hormonais com o uso diário do anticoncepcional oral durante o período equivalente a duas cartelas consecutivas.

[32] O termo "ciclando" é utilizado na área médica e refere-se ao ciclo menstrual normal (sem o uso de anticoncepcional hormonal) de uma mulher, conforme descrito no apêndice A.

Levando-se em conta que, ao se iniciar a administração de comprimidos de uma nova cartela, a concentração hormonal é a mesma que a do início da primeira cartela, isto é, é nula, podemos nos perguntar: - Depois de iniciada a segunda cartela de anticoncepcional, é preciso esperar uma semana (como acontece com a primeira cartela) para que o mesmo previna contra a gravidez?

Do ponto de vista da Matemática, o comportamento da concentração do anticoncepcional nos líquidos biológicos, para duas ou mais cartelas é sempre o mesmo, já que na pausa entre as cartelas a concentração cai a zero. Porém, do ponto de vista da fisiologia humana, o que de fato acontece é que esta redução da concentração hormonal (entre as cartelas), não provoca uma retomada do ciclo fisiológico normal, não havendo a ovulação e nem a possibilidade de que ocorra uma gestação (Apêndice A). Por isso se afirma que, uma vez iniciado o uso do anticoncepcional oral, e desde que tomado regularmente, há proteção desde a segunda semana da primeira cartela em diante.

### 4.14. Considerações sobre este capítulo

Neste capítulo, estudamos a matemática das equações a diferenças que nos serviu de fundamento para o desenvolvimento do modelo matemático do anticoncepcional oral de uso diário. Estudamos o caso particular das equações a diferenças lineares de primeira ordem, que modela a absorção de drogas, com solução sob a forma (4.7) e cujo gráfico apresentamos na Figura 4.10. Descrevemos e definimos também os principais conceitos envolvidos no modelo matemático da absorção de drogas no organismo. Aplicamos esta fundamentação e desenvolvemos o modelo para a absorção/eliminação de anticoncepcionais de uso diário.

Os questionamentos a respeito das altas dosagens, como as sugeridas para a contracepção de emergência e sobre alterações na posologia serão tratadas no capítulo 6, junto ao módulo simplificado para a escola.

# CAPÍTULO 5
# FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DA PROPOSTA DIDÁTICA

Neste capítulo tratamos das questões teóricas referentes a ensino e aprendizagem que nos orientaram e fundamentaram ao longo deste trabalho.

No início, explicitamos a teoria de aprendizagem que se encontra na base da proposta didática: o modelo do Construtivismo Social. A seguir, complementamos essa concepção, explicitando as relações entre informação, saber e conhecimento.

Estes conceitos primários justificam as propostas pedagógicas mais recentes, entre elas, aquela que sugere o uso da modelagem matemática, como estratégia de ensino-aprendizagem.

Também trazemos resultados de pesquisas na área de Educação Matemática que tratam do aprendizado de questões específicas da matemática: variáveis e funções.

## 5.5. Teoria de Aprendizagem: Construtivismo Social

O Construtivismo Social ou Sócio-Construtivismo se apresenta de várias formas. É um modelo teórico da Psicologia da Educação Matemática que surge como uma alternativa às teorias construtivistas radicais (como a teoria construtivista piagetiana) e procura privilegiar os aspectos sociais da aprendizagem da Matemática.

Adotamos o modelo proposto pelo educador inglês, Paul Ernest (1999), que busca na teoria social proposta por Wittgenstein, na teoria empiricista de Lakatos e na teoria da mediação de Vygotsky, dar conta dos aspectos sociais do aprendizado da Matemática.

Segundo Ernest (op. cit.), os aspectos sociais, não são triviais, pois o domínio social inclui fatores lingüísticos e culturais, relações interpessoais, interações entre pares, ensino, e o papel do professor. Além disso, reconciliar o conhecimento matemático individual, habilidades, aprendizado e desenvolvimento conceitual do indivíduo com a natureza social da Matemática escolar e seus contextos, influências e ensino, ainda são vistos, pela Psicologia da Educação Matemática, como problemas a serem enfrentados. Para o autor, uma maneira de tratar dessas questões é reconhecer que tanto os processos sociais quanto as percepções individuais são partes essenciais no desempenho do aprendizado da Matemática.

A tradição construtivista social na filosofia pode ser identificada, em suas bases, com o trabalho de Wittgenstein[33] que discute a natureza da Matemática e a coloca em um contexto humano. Para Wittgenstein (Ernest 1989) as ações humanas e suas intenções são centrais na criação, uso e transmissão da Matemática. Neste caso, a Matemática, é vista como um processo e não como um produto. O contexto social relaciona significado, conhecimento e matemática com "jogos de linguagem" e "formas de vida". Também esclarece as bases da conversação[34]: experiências compartilhadas, hábitos, compreensões, crenças e participação em atividades comunitárias. Assim, a Matemática consiste em jogos de linguagem com regras e padrões bem definidos, estáveis e duradouros, mas sempre abertos para possibilidade de mudança.

Paralelamente às idéias propostas por Wittgenstein, o Construtivismo Social identifica-se com a teoria falibilista de Lakatos[35], segundo a qual, a Matemática está em permanente evolução, sendo falível como qualquer outro produto da atividade humana, permitindo a existência de interpretações diferentes para um mesmo conceito. Esta visão da Matemática (Ernest 1989) estimula, por sua vez, uma pedagogia mais voltada à resolução de problemas e modelagem, que valoriza mais o papel do aluno, pois admite que a atividade humana ocupa um lugar central na construção do conhecimento.

[33] Ludwig Joseph Johann Wittgenstein (1889–1951) filósofo austríaco considerado um dos maiores do século XX, tendo contribuído com diversas inovações nos campos da lógica, filosofia da linguagem e epistemologia.
[34] Paul Ernest define três níveis de conversação: a conversação que se origina no nível interpessoal, é um dos modos básicos da interação humana; a conversação que se origina no nível cultural e que inclui os textos escritos, numa extensão da noção de conversação; a conversação como uma atividade interna e privada, intrapessoal, que seria a origem do pensamento. Todos os tipos, mesmo a conversação privada, referem-se a uma atividade socialmente construída, e a conversação socialmente situada tem importante papel na formação da mente.
[35] Imre Lakatos (1922-1970), matemático, físico e filósofo húngaro que concebeu a idéia do processo de construção do conhecimento da Matemática como semi-empiricista, uma sucessão de provas e refutações.

O Construtivismo Social, formulado por Ernest, também compartilha algumas noções da teoria da mediação de Vygotsky[36], como a noção principal de que o domínio social influencia o desenvolvimento individual de um modo formativo, em que o indivíduo constrói ou se apropria de significados em resposta às experiências nos contextos sociais. Enfatiza mente, interação, conversação, atividade e contexto social, que formam um todo inter-relacionado. Visualiza o sujeito individual e o meio social como indissoluvelmente interconectados: o sujeito humano se forma através das interações com o outro (assim como por seus processos individuais) em contextos sociais. Ou seja, o conhecimento está intimamente ligado à experiência (individual e/ou compartilhada), tendo no domínio social a base do desenvolvimento do indivíduo.

Com esta fundamentação podemos identificar múltiplas variáveis que influenciam os processos de ensino e de aprendizagem. As ações das pessoas, os significados e propósitos mobilizados em suas atividades, suas visões subjetivas e pessoais, suas posições no contexto, suas concepções derivadas de experiências passadas, seus afetos e desejos, tudo participa no processo de aprendizagem. Além disso, o próprio pensamento é produzido pela motivação, isto é, pelas necessidades, interesses e emoções.

### 5.6. Conceitos da Educação Matemática

Nossa proposta didática parte também dos conceitos oriundos da Didática da Matemática e discutidos por Micotti (1999), que vê as relações entre informação, conhecimento e saber como possibilidade para um bom aprendizado desta ciência.

Segundo esta autora, a informação se encontra no mundo exterior ao indivíduo, pode ser expressa através de desenhos, falas e gestos, e, quando submetida a uma série de ações, é transformada em conhecimento. O conhecimento é o resultado de uma experiência pessoal e subjetiva com as informações e relaciona-se com as vivências e atividades pessoais de cada um. É necessário que o indivíduo se dê conta da informação para transformá-la em conhecimento. O saber, por outro lado,

[36] Lev Semionovitch Vygotsky (1986-1934), psicólogo russo pioneiro na noção de que o desenvolvimento intelectual das crianças ocorre em função das interações sociais (e condições de vida).

é uma relação cognitiva, um produto e um resultado, e deve ser submetido aos processos coletivos de validação, capitalização e transmissão. Isto é, deve ser reconhecido pela comunidade científica ou pela sociedade. Compreende informação e conhecimento.

O saber matemático, em particular, é de caráter abstrato e compreende o domínio do sistema de representação e também das regras que regem as ações abstratas, próprias da matemática. Este saber pressupõe: precisão dos conceitos; rigor do raciocínio, através do método dedutivo e das demonstrações; e linguagem matemática, através das representações simbólicas de significados precisos.

Nessa linha, o aprendizado da matemática envolve a capacidade do aluno de relacionar as idéias matemáticas entre si e a outras situações e contextos. Isto é, para que ocorra o aprendizado matemático, o aluno deve ser capaz de transformar informações - internas ou externas à Matemática - em saber matemático.

Já que cabe ao ensino integrar informação, conhecimento e saber, as dificuldades advindas da falta dessa integração comprometem o cumprimento de uma das principais funções da escola – a de promover a socialização do saber. E é com a intenção de suprir essas dificuldades que surgiram, nas últimas décadas, novas propostas pedagógicas.

O ensino tradicional tem seu programa estruturado geralmente de acordo com as sugestões dos livros didáticos e consiste em aulas com explanações que priorizam a repetição de informações ao invés da compreensão, camuflando muitas vezes os insucessos (e também supostos sucessos[37]) na apropriação do saber. Este tipo de ensino mais tradicional é estruturado de tal forma que "a falta de compreensão pode chegar a ponto de impedir que a informação tenha algum significado para o aluno e de comprometer sua transformação em conhecimento" (Micotti op. cit. p.157). Além disso, neste tipo de ensino o aluno normalmente assume uma postura apática em

[37] Entendemos que os insucessos, assim como os sucessos, dependem do olhar daquele que está avaliando. Aquilo que pode ser considerado como sucesso para um pode ser um insucesso para outro.

relação ao seu aprendizado, interagindo pouco ou quase nada com o professor, colegas e objeto de estudo.

No que se refere à Matemática, não é diferente. Este tipo de divisão do currículo em compartimentos estanques é uma prática usual e tradicional, que vem sendo praticada há muitos anos. Além disso, poucas vezes são feitas referências a situações em que a matemática está vinculada a outras ciências ou a outros contextos mais próximos da realidade social do aluno. Com isso, ao considerarmos que a transformação da informação em conhecimento é essencial para que haja aprendizado, concluímos que o ensino tradicional não assegura o aprendizado e mantém o aluno "de fora" do processo de ensino-aprendizagem.

Em contraposição ao ensino tradicional, surgiram nas últimas décadas, diversas propostas pedagógicas que buscam evidenciar o papel ativo do aprendiz e compreender os processos que estes utilizam nas transformações necessárias para o aprendizado. Micotti, ao refletir sobre novas propostas pedagógicas para o ensino da Matemática e sobre as possibilidades de mudanças na aprendizagem, indica a necessidade de repensar a relação do aluno com a disciplina assim como o papel do professor. Para a autora, é necessário buscar uma aprendizagem que se apóie sobre a atividade intelectual do aluno, não sobre a memorização, nem sobre a aplicação de saberes cujos sentidos não são verdadeiramente compreensíveis.

Nesta perspectiva, refere-se a "situações de aprendizagem", em que no ambiente de sala de aula são dadas oportunidades para que o estudante consiga se apropriar do saber. Este, por sua vez, deve ter sentido e corresponder aos interesses do aluno. Skovsmose (2000), usa outro termo para se referir a este tipo de situação: "ambientes de aprendizagem". Ambos referem-se às condições sobre as quais os alunos desenvolvem determinadas atividades.

Desse modo, as aulas são compostas de situações escolhidas de tal modo que as atividades sejam favoráveis à transformação da compreensão pessoal (isto é, da visão particular) dos alunos em saber sistematizado. Para que isto ocorra eficientemente, é necessário que o professor oriente o aluno, propiciando vários enfoques para o objeto de estudo: olhar a matéria como saber sistematizado (com seu modo de focalizar a realidade, sua linguagem e metodologia de pesquisa), olhar a matéria do ponto de vista do aluno e do ponto de vista de quem vai ensinar.

Levando-se em conta que o aprendizado matemático acontece quando o aluno é capaz de transformar informações em conhecimento e em saber matemático e ainda, que este conhecimento fundamenta-se no domínio social, identificamos na articulação dessas idéias um caminho possível na direção de uma Educação Matemática mais comprometida com as questões sociais. Identificamos também que essas idéias estão em consonância com aquelas encontradas no ambiente proposto pelos educadores que defendem a modelagem matemática no ensino.

### 5.7. Estratégia de ensino-aprendizagem: Modelagem Matemática

No âmbito da Educação Matemática, a modelagem pode ser entendida como um método de ensino-aprendizagem que pode ser aplicado em várias situações e que estimula alunos e professores a desenvolverem suas próprias habilidades como modeladores (Bassanezi 2004).

Alguns autores (Bassanezi 2004, Biembengut e Hein 2003, Ponte 1992-a) também utilizam o termo modelação (modelagem em educação) quando se referem à modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. Neste caso, o fenômeno modelado serve mais de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria Matemática, valorizando-se mais o processo utilizado do que a validação do modelo.

Neste trabalho não nos preocuparemos com a questão da nomenclatura e entenderemos a modelagem matemática, ou simplesmente, modelagem, como uma estratégia de ensino que pode assumir diferentes formas de acordo com a sua implementação.

A modelagem se apresenta como uma possibilidade de intermediação entre um problema não matemático e um problema matemático e propicia a criação de um ambiente de aprendizagem que valoriza o processo de construção do conhecimento do aluno e as interações no meio em que vive.

O uso da modelagem na Educação tem sido defendido por muitos educadores matemáticos que vêm nesta prática pedagógica uma alternativa para a melhoria do ensino da Matemática.

Bassanezi (2004) desenvolve alguns argumentos para esta prática, tais como o desenvolvimento da criatividade e da competência crítica e a percepção da utilidade da Matemática, que pode ser vista como uma ferramenta para resolver problemas de outras áreas. Além disso, segundo o autor, suas experiências como professor e formador de professores mostraram-lhe que o uso de aplicações em sala de aula "podem levar o educando a compreender melhor os argumentos matemáticos, incorporar conceitos e resultados de modo mais significativo e criar predisposição para aprender Matemática por que passou de algum modo a compreendê-la e a valorizá-la" (p.177).

Barbosa (2001-a) defende a idéia de que a utilização da modelagem na escola possibilita um conhecimento mais crítico e reflexivo por parte dos alunos, evidenciando o papel social da Matemática e se alinhando à corrente sócio-crítica[38] que vê nas atividades de modelagem, oportunidades de explorar o papel da Matemática na sociedade.

Biembengut e Hein (op. cit.) acreditam que o uso da modelagem em cursos regulares é um caminho para aproximar o conhecimento matemático de outras áreas não matemáticas, enfatizando a importância desta disciplina para a formação do aluno. Para estes autores, a modelagem matemática, também possibilita que o interesse do aluno pela disciplina seja despertado, melhorando a compreensão dos conceitos desenvolvidos.

Ponte (1992-a) afirma que "a capacidade para compreender, explorar, construir e analisar criticamente modelos matemáticos simples são importantes objetivos que o

[38] Barbosa (2001) chama de corrente sócio-crítica de modelagem a perspectiva teórica que se ancora na prática de modelagem corrente na Educação Matemática e faz dela seu objeto de crítica a fim de nutrir a própria prática. Nesta perspectiva as atividades devem potencializar a reflexão sobre a Matemática, a própria modelagem e seu significado social.

desenvolvimento da matemática e das suas aplicações na sociedade moderna colocam como da maior relevância educativa" (p. 18).

Além destes autores, o uso da modelagem em sala de aula é também evidenciado nos documentos de orientação curricular nacional (Brasil 2002-a, 2006). Estes sugerem que quando o aprendizado ocorre dentro de um contexto não matemático, o aluno se torna mais capaz de transitar entre áreas matemáticas e não-matemáticas, promovendo deste modo competências que envolvem a investigação e a compreensão.

Neste trabalho, utilizamos a modelagem como um meio para o aluno investigar e, fazendo uso das ferramentas matemáticas, para responder questões relativas a outras áreas do conhecimento. Com isso nos identificamos com a teorização da prática corrente e esquematizada por Barbosa (2001-a), que considera a modelagem matemática como um ambiente possível de se configurar em níveis, de acordo com o tipo de distribuição de tarefas.

Barbosa (2001-a) considera que a modelagem integrada ao ambiente escolar pode ser desenvolvida - ou utilizada em sala de aula - de diferentes maneiras. Professores e alunos podem se envolver diferentemente, do ponto de vista da quantidade de tarefas, posicionando-se de acordo com as possibilidades e limitações determinadas pelo contexto escolar, com os seus conhecimentos e suas preferências, constituindo deste modo uma organização curricular mais flexível. Uma dessas possíveis configurações de ambiente de aprendizado baseado na modelagem matemática é aquela que o professor escolhe, elabora, colhe dados e simplifica uma determinada situação-problema auxiliando o aluno no processo de resolução. O professor neste caso, toma para si uma maior quantidade de tarefas e conduz o aluno à resolução do problema.

Ainda que o aluno não seja o único responsável pela construção de todo o modelo matemático, ele, além de desenvolver conteúdos específicos da disciplina, é estimulado a fazer uma reflexão sobre a Matemática, sobre a modelagem e seu significado social. Um ambiente deste tipo também favorece o desenvolvimento de conceitos matemáticos que no currículo tradicional são vistos de forma mais estanques e dissociados do cotidiano.

Assumimos aqui o mesmo entendimento que Barbosa dá para a modelagem dentro do contexto escolar: "Modelagem é um ambiente de aprendizado no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade" (2001-a, p. 6).

Dificuldades no uso da modelagem matemática nas salas de aula, também são apontadas na literatura. Barbosa (1999, 2002) e Bassanezi (2004) concordam que ainda existem alguns obstáculos para a implementação da modelagem em cursos regulares. O pouco contato dos professores com este tipo de situação e o contexto escolar, ainda muito voltado ao ensino tradicional, têm sido apontados como principais justificativas para a não operacionalização desta prática na sala de aula. Ambos, porém, acreditam que, sendo feitas algumas modificações no processo clássico da modelagem, algumas destas dificuldades podem ser reduzidas. Para eles, algumas questões de ordem prática devem ser consideradas: levar em conta o momento de sistematização do conteúdo, o grau de escolaridade do aluno, a qualificação do professor, o tempo disponível e o programa a ser cumprido.

Pode-se também pensar na modelagem como um ambiente de estímulo e de aprendizagem para o próprio professor, com potencial para contribuir para sua formação continuada.

Barbosa (2001-b) acredita que as experiências com a modelagem matemática dão oportunidades para a reflexão sobre o conhecimento prático e sobre sua abordagem em sala de aula e que esta reflexão é de fundamental importância para o desenvolvimento e aprimoramento da prática do professor. Ao fazer uma análise a respeito da relação do professor de Matemática com as situações de modelagem, conclui que existe a necessidade de proporcionar ao professor um contato com diferentes abordagens dos ambientes de aprendizagem. Aponta que “não é nada plausível propor modelagem matemática como proposta pedagógica fora dos dilemas da complexidade do ambiente da sala de aula” e que é preciso “sugerir aos docentes a reflexão da compatibilização da modelagem com o contexto escolar, a partir de episódios e vivências reais” (p. 8).

Outros autores (Houston apud Barbosa 2001-b, Biembengut e Hein 2003) sugerem que o conhecimento prévio dos modelos permite ao professor que se programe melhor, contribuindo assim, para que também se sinta mais seguro neste tipo de ambiente.

Levando-se em consideração essas opiniões e essas dificuldades, acreditamos que o presente trabalho pode vir a ser um exemplo de viabilização da modelagem nas salas de aula do Ensino Médio. O professor, que ainda se sente pouco à vontade com este ambiente, pode encontrar aqui um apoio para desenvolver a modelagem em sua própria sala, com um modelo bem desenvolvido e comentado, acompanhado de sugestões para possíveis atividades. Já, o relato da experiência (descrição da prática, da organização das atividades, das estratégias, das dificuldades, das reações dos alunos e das intervenções da professora) descrito no Capítulo 7, situa-se como alternativa para suprir algumas dessas dificuldades, pois possibilita que o professor reflita sobre o andamento dado às aulas, permitindo que transfira tais conhecimentos para sua prática.

Além disso, o estudo de caso desenvolvido no Capítulo 2, permite que o professor faça previsões sobre possíveis questões a serem colocadas pelos alunos a fim de fazer modificações e adequações de acordo com a sua própria realidade.

Concluindo, esta metodologia de ensino-aprendizagem, é utilizada como um ambiente de aprendizado que permite que o aluno, além de ter contato com situações ligadas ao mundo não-matemático, tenha a oportunidade de fazer conexões e de mobilizar um leque variado de competências. O modelo matemático que descreve o fenômeno absorção/eliminação do anticoncepcional permite que o aluno: desenvolva novos conceitos; faça conexões entre conceitos e símbolos; relacione idéias matemáticas a uma outra variedade de contextos e, de modo mais geral, dê novo significado à disciplina. Assim, quando entendemos que o aprendizado acontece quando se dá significado às informações, relacionando-as e transformando-as em saber, justificamos a metodologia de ensino amparada na modelagem matemática.

Um resumo do que foi tratado nessas últimas seções está esquematizado na Figura 5.1.

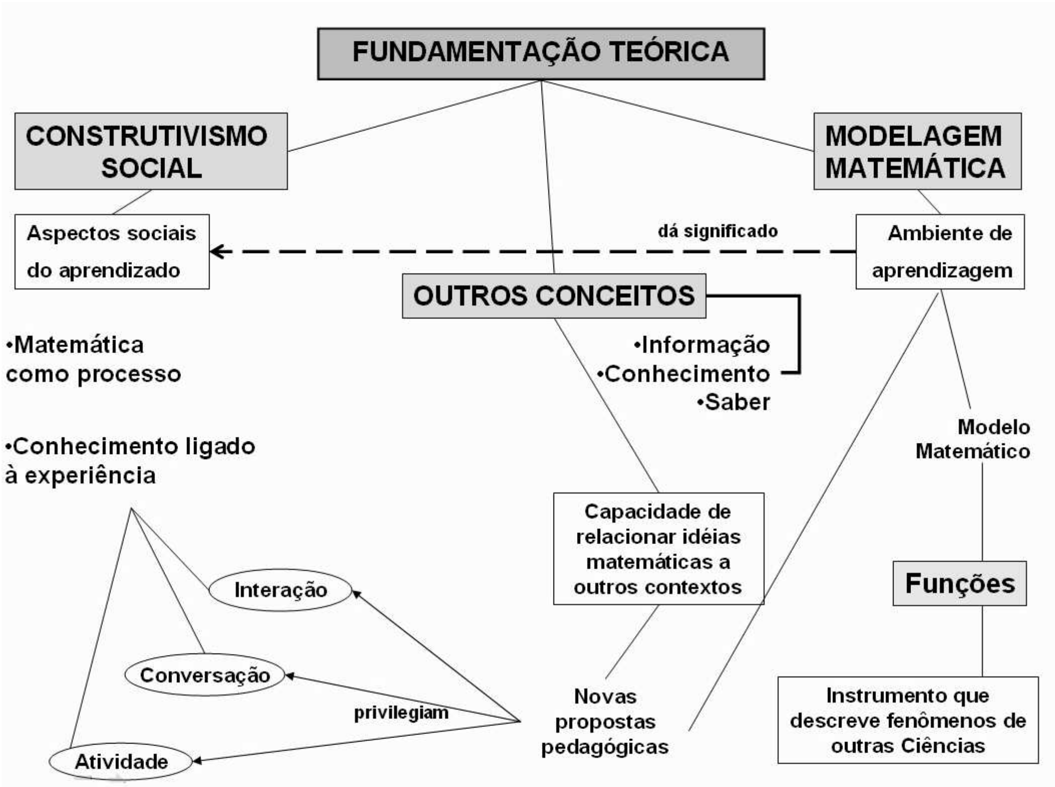



Figura 5.1: Esquema mostrando de que forma o Construtivismo Social, a modelagem matemática e os conceitos de informação, conhecimento e saber se relacionam neste trabalho.

## 5.8. O ensino de funções

A noção de modelo matemático nos remete à idéia de que a Matemática pode ser vista como um instrumento que permite descrever, explicar, prever e, algumas vezes, controlar fenômenos e situações das outras ciências. Esta concepção, por sua vez, está essencialmente vinculada à noção de função, já que um modelo matemático muitas vezes, se constitui na representação de um fenômeno que envolve relações funcionais entre variáveis.

A idéia de função é de fundamental importância na concepção e no estudo do modelo matemático do anticoncepcional, e por isso, merece destaque. Nesta, seção levantamos na literatura trabalhos que apontam as tendências recentes a respeito do ensino de funções no nível médio e que fundamentam a abordagem utilizada na proposta didática.

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática e seus aspectos mais simples estão presentes nas noções mais básicas desta ciência, como por exemplo, na contagem. Mas, a noção de função, claramente individualizada como objeto de estudo corrente é mais recente. Ponte (1990, 1992-b) descreve a origem e o desenvolvimento deste conceito ao longo da História da Matemática, sua evolução na Educação Matemática e seu surgimento como um instrumento matemático indispensável para o estudo quantitativo dos fenômenos naturais, mostrando que este desenvolvimento histórico foi um processo longo e delicado.

No entanto, o estudo deste tópico no currículo médio brasileiro segue uma ordenação ainda tradicional e ditada, na maioria das vezes, pela seqüência sugerida pelos livros didáticos. Os temas geralmente são tratados de forma independente e sem conexão alguma entre eles. Por exemplo, as funções afim e exponencial são trabalhadas no primeiro ano do Ensino Médio, enquanto que as progressões aritméticas e geométricas são estudadas no segundo ano e, pior ainda, sem se que se faça qualquer relação entre eles. Além disso, poucas são as situações em que se fazem referências às aplicações da Matemática às outras ciências.

Nos últimos anos, porém, esta disposição dos conteúdos da grade curricular em compartimentos estanques tem sido questionada e reformulada por muitos educadores. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil 2002-a, 2006) mostram esta preocupação e fazem sugestões quanto ao tratamento deste conteúdo. Propõem um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento de competências[39], com relevância científica e cultural e com uma articulação lógica das idéias e conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos nas três séries do Ensino Médio. Para isto, sugerem uma divisão dos conteúdos matemáticos em três

[39] Segundo os PCN+ (Brasil 2002-b), competências são qualificações humanas amplas e múltiplas e que devem articular conhecimentos, disciplinares ou não. Algumas competências são destacadas: informar e informar-se, comunicar-se, expressar-se, argumentar logicamente, aceitar ou rejeitar argumentos, manifestar preferências, apontar contradições, fazer uso adequado de diferentes nomenclaturas, códigos e meios de comunicação.

grupos: 1) Álgebra: números e funções; 2) Geometria e medidas; 3) Análise de dados. A primeira contempla o conceito de funções e sugere o vínculo deste com a álgebra, alertando, porém, que a ênfase deve estar no conceito, suas propriedades, interpretação gráfica e aplicações, ao invés, do enfoque tradicional que privilegia as manipulações algébricas e uma linguagem excessivamente formal.

Estes documentos também destacam o poder de alcance do conceito de função e a importância do mesmo para a Matemática e outros campos do conhecimento:

> O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (Brasil 2006, p.121)

O estudo das funções é relevante, mas devido à abrangência do conceito, envolve um sem número de dificuldades. O conceito de função envolve concepções diversas e múltiplas representações, fazendo-se necessário, compreender o sentido que este conceito pode assumir em diferentes contextos, quais significados o aluno pode produzir e de que formas isto se desenvolve no ambiente escolar. A relação funcional ocorre em todos os campos do conhecimento humano e está, em sua origem, associada à idéia de regularidade, ultrapassando o domínio matemático.

No contexto da matemática escolar com vistas às aplicações, as funções podem ser entendidas como um conceito que trata de problemas de variação e quantificação de fenômenos. Ou, em outras palavras, o estudo das funções pode ser entendido como o estudo de relações entre grandezas que variam. Dentro desta concepção, uma variável representa os valores do domínio de uma função, surgindo a noção de variáveis dependente e independente.

Tendo em vista esta noção, destacamos alguns aspectos que consideramos importantes de serem desenvolvidos na escola média. São eles: a) a natureza algébrica; b) as diferentes formas de representação; c) aplicação a problemas e situações da vida e de outras ciências; d) articulação com outros tópicos da própria Matemática.

**Natureza Algébrica**

Em relação à natureza algébrica, acreditamos que se deve priorizar a idéia de relação que está por trás do conceito de função, valorizando deste modo os aspectos mais intuitivos e relacionais e dando menor ênfase às equações e expressões algébricas. A natureza algébrica das funções também está diretamente associada à idéia de variável.

A idéia de variável, por sua vez é importante e também é um conceito amplo que admite várias interpretações. Segundo Usiskin (1995) e Ursini (2000), quando a álgebra é vista como o estudo das relações entre grandezas, as variáveis representam valores do domínio de uma função ou números dos quais dependem outros números. Assim, a idéia de função surge naturalmente. Em um nível mais avançado, quando a álgebra é vista como aritmética generalizada, as variáveis são usadas como generalizadoras de informações numéricas. Segundo esta concepção "as instruções-chaves para o aluno são traduzir e generalizar" (Usikin op. cit., p.13). Esta noção de variável é fundamental para a modelagem matemática.

**Múltiplas Representações**

As funções podem ser representadas de diferentes formas, por tabelas, gráficos, regras verbais, regras matemáticas e modelos. Estas múltiplas representações, quando desenvolvidas de forma articulada, levam a uma compreensão mais abrangente do conceito assim como do problema ou situação que pode estar sendo representada.

As tabelas se apresentam como uma forma de representar relações, funcionais e o seu uso é adequado quando se pretende encontrar relações generalizadas, como aquelas advindas de situações que envolvem relações de recorrência.

Traçar gráficos é de fundamental importância para a Matemática e o seu uso tem se mostrado útil também em outras esferas da atividade humana. No que diz respeito ao estudo das funções, os gráficos são particularmente importantes, pois, além do apelo visual favorecem a observação de determinados comportamentos, que em outras representações (tabela e algébrica) são difíceis de perceber. Além disso, quando se trata das funções, o domínio, o contradomínio e a regra de correspondência, são percebidos simultaneamente permitindo que se focalize o comportamento geral de toda a função.

As regras verbais ou a fala na língua nativa são também importantes formas de representação e podem ser consideradas como um veículo de transposição da linguagem informal à linguagem matemática abstrata.

As regras matemáticas, por sua vez, referem-se às propriedades, à simbologia, às expressões algébricas e às demais representações matemáticas, próprias da linguagem desta ciência.

Os modelos matemáticos como já discutimos anteriormente, descrevem em termos matemáticos, através de representações numéricas, algébricas, gráficas e outras, um fenômeno, uma situação ou aquilo que se pretende representar. Quando se modela algebricamente um fenômeno, através de relações generalizadas, dá-se um passo importante em direção à abstração e à construção de modelos matemáticos.

**Aplicações nas outras Ciências**

As aplicações da Matemática nas outras ciências e em outros contextos são de modo geral, valorizadas por diversos educadores. Mas, é possível afirmar que as funções são particularmente favoráveis às aplicações, já que, como disse Ponte (1990), são instrumentos por excelência para estudar problemas de variação e trazem consigo, de sua origem histórica, a idéia de instrumento matemático indispensável para o estudo qualitativo de fenômenos naturais.

Acreditamos que o estudo das funções feito na escola pode facilmente ser associado a esta noção histórica do conceito de função, estando vinculado, desta forma, às aplicações. Deve servir de instrumento para o estudo de fenômenos e situações das outras ciências, constituindo-se um meio de descrição, explicação, previsão e, quando possível, controle.

**Articulação com outros tópicos da própria Matemática**

Destacamos mais um aspecto que consideramos importante referente ao estudo das funções no currículo médio: a articulação deste tópico com as progressões. Tradicionalmente o ensino das funções inicia no primeiro ano do Ensino Médio, quando são desenvolvidas as funções lineares, quadráticas, exponenciais e logarítmicas, e segue em continuidade no segundo ano, com as funções trigonométricas. Por outro lado, o ensino das progressões (aritmética e geométrica) tem sido ministrado como um tópico independente com ênfase em técnicas e cálculos que fazem simples uso de fórmulas, dissociados da idéia de função e sem relação alguma com as aplicações.

Já que as seqüências aritmética e geométrica servem ao mesmo propósito que as funções lineares e exponenciais respectivamente, que é o de modelar diferentes tipos de crescimentos, alguns educadores (Olson 1988, Ponte 1990, Carvalho 1996) sugerem que o ensino destes dois tópicos seja relacionado.

Ponte (1990), em particular, sugere que ao se considerar funções de domínio discreto, também sejam trabalhadas as sucessões geométricas e outras definidas por recorrência.

Os documentos de orientação curricular nacional (Brasil 2006) também indicam que o ensino das seqüências seja articulado ao ensino das funções e que se priorize a compreensão das idéias que estão por trás da definição das seqüências:

> O ensino desta unidade deve se ater à lei de formação dessas seqüências, para mostrar aos alunos quais propriedades decorrem delas. Associar às seqüências seus gráficos e relacionar os conceitos de seqüência crescente ou decrescente aos correspondentes gráficos permite ao aluno compreender melhor as idéias envolvidas, ao mesmo tempo que dá a ele a possibilidade de acompanhar o comportamento de uma seqüência sem precisar decorar informações (p.121).

O ensino tem sido desenvolvido com pouca ênfase nas aplicações, no entanto, as seqüências obtidas através da recursividade são ótimas oportunidades de desenvolver modelos matemáticos recursivos em diferentes contextos, como é o caso do modelo matemático que descreve a concentração do anticoncepcional oral de uso diário.

O modelo matemático recursivo associado à idéia de função também permite que se trabalhe com funções de domínios discretos. Normalmente as funções discretas são pouco enfatizadas e raramente são apresentados exemplos que as relacionem com situações não matemáticas.

Entendemos que, a compreensão do conceito de variável, a capacidade de se mover nas múltiplas representações e de representar matematicamente as relações, assim como a capacidade de relacionar o conceito a outras áreas e contextos e de associar funções a outros tópicos da matemática são competências importantes para uma compreensão ampla das funções.

Os aspectos relacionados ao ensino de funções que foram destacados acima estão esquematizados na Figura 5.2.

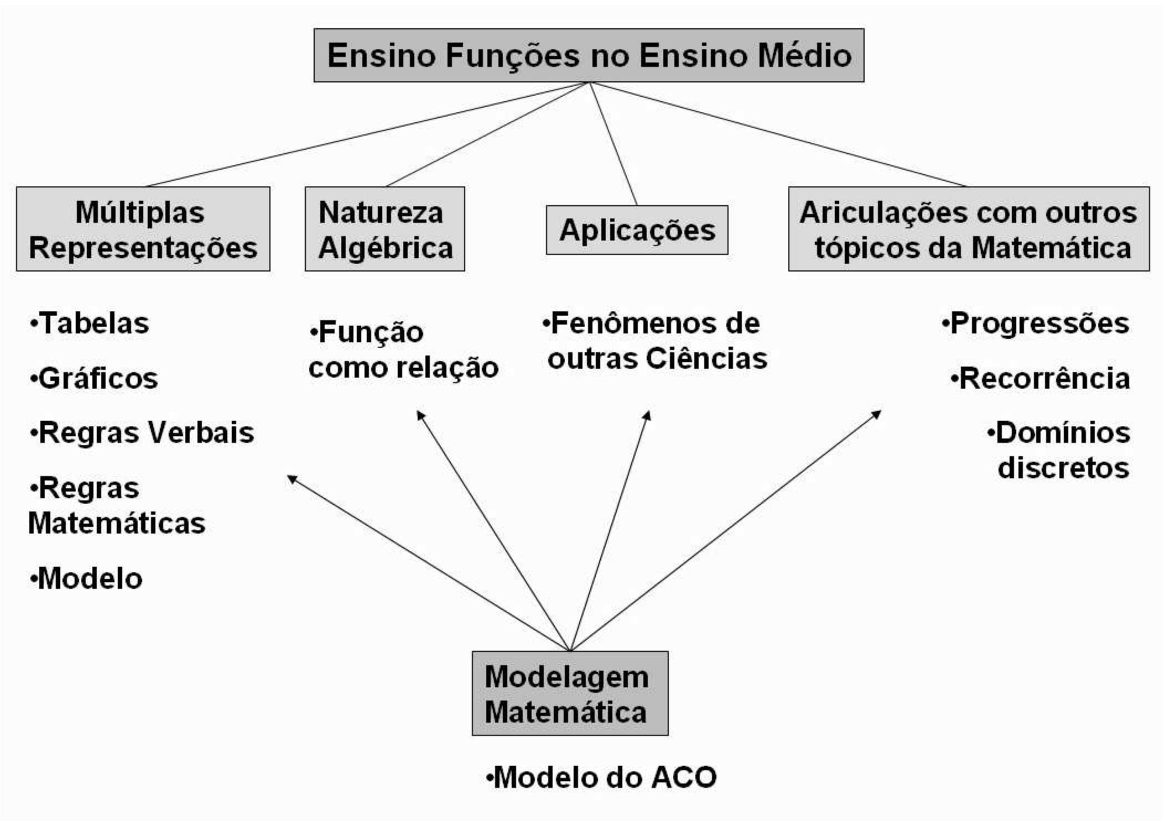



Figura 5.2: Esquema destacando a relação do ensino das funções para o nível médio, a modelagem matemática e o modelo matemático do ACO.

**Ensino-aprendizagem de funções: algumas considerações**

Ao identificarmos as variáveis de um fenômeno que ocorre com certa regularidade é possível descrevê-lo por relações quantitativas entre elas, ou seja, descrevê-lo através de um modelo matemático. No entanto, alguns pesquisadores (Booth 1995, Raford 1996, Ursini op. cit.) verificaram que muitos alunos têm dificuldades na compreensão do conceito de variável, em lidar com expressões algébricas e ainda mais, em expressar relações generalizadas, pois comumente não sentem a necessidade de generalização.

Com vistas a enfrentar estas dificuldades, outros (Ponte 1990, Markovits, Eylon e Bruckheimer 1995, Demana e Leitzel 1995) sugerem que o estudo das funções deva iniciar a partir de representações numéricas, gráficas e contextualizadas, que são mais intuitivas e possuem um apelo mais visual. Para eles, os métodos algébricos e os aspectos de formalização devem ser reservados para um segundo momento.

Nessa perspectivas, Schoen (1995) afirma:

> Lançar os alunos precipitadamente ao simbolismo algébrico é ignorar a necessidade de uma fundamentação verbal e de uma simbolização gradual sugeridas pela história e apoiadas por pesquisas sobre ensino e aprendizagem de álgebra (p.138).

Demana e Leitzel (op. cit.) defendem a idéia de que uma situação, um problema ou um fenômeno deve ser descrito inicialmente verbalmente, sem nenhuma linguagem formal e com o tempo deve se fazer uso de variáveis para representar relações funcionais. Afirmam que:

> [...] a introdução de variáveis para representar relações funcionais em situações problemas concretas dá aos alunos a percepção de que as variáveis podem representar números de vastos conjuntos numéricos e de que elas são instrumentos úteis na descrição de generalizações (p.74).

Além disso, indicam que o uso das tabelas favorece a generalização, pois os alunos percebem, através delas, que todas as informações numéricas da tabela se resumem na última linha. Quando se introduzem variáveis em tabelas para expressar relações generalizadas, os alunos adquirem prática em escrever expressões algébricas.

Ainda nesta direção, Ponte (1990) afirma que, para que o aluno seja capaz de construir tabelas, calcular valores numéricos, desenvolver um sentido quantitativo e adquirir sensibilidade para o que são aproximações aceitáveis e inaceitáveis, ele deve ter a oportunidade de trabalhar com números, sempre que possível, provenientes de contextos da vida real. Assim poderão compreender melhor o significado das funções em relação a casos concretos. Para este mesmo autor, a grande ênfase dada à terminologia abstrata, às técnicas e algoritmos, freqüente nos programas curriculares de todo mundo, não se constitui numa ferramenta prática para lidar com situações interessantes, interiores ou exteriores à Matemática, constituindo-se meramente em um vocabulário que se memoriza sem se compreender e valorizar.

Levando-se em conta que os alunos não sentem a necessidade de generalizar e que saber generalizar é de fundamental importância em modelagem, parece-nos claro que fazer uso de tabelas é um caminho na direção de desenvolver esta capacidade.

Por todas essas razões, entendemos que o ensino das funções deverá atender à necessidade de articular de forma permanente as diversas formas de representação. E, apesar das muitas dificuldades constatadas na compreensão do conceito de funções, também inferimos que algumas mudanças simples na ênfase, nos pontos de vista e nas abordagens, podem contribuir para amenizá-las.

### 5.7. Abordagem pedagógica

A abordagem pedagógica desta proposta se divide em etapas: em um primeiro momento o aluno é convidado a assistir um vídeo educativo, para, em seguida, discutir a respeito das informações veiculadas no vídeo e confrontá-las com as suas concepções e conhecimentos prévios. Depois, é feita a transição do mundo não-matemático para o mundo matemático, com sua linguagem própria e suas múltiplas representações. Após esta primeira transição, outras transições (matemática - situação não-matemática – matemática[40]) se repetem, procurando-se sempre

[40] Destacamos aqui não estamos querendo afirmar que existem dois mundos: o matemático e o não-matemático. Estamos apenas nos referindo às diferenças de linguagem, procedimentos, etc., que se apresentam diferentemente quando lidamos com diferentes contextos.

interpretar, em ambas as linguagens, o fenômeno estudado. São estas transições entre as linguagens que proporcionam ao aluno o conhecimento reflexivo.

A proposta didática se fundamenta na idéia de que, para que ocorra a aprendizagem da Matemática, o aluno deve ser capaz de relacionar e transformar informações em saber matemático, num ambiente de interação e conversação.

Neste caso, as informações consistem no conhecimento prévio dos alunos das questões relacionadas à sexualidade e à contracepção e nas informações apresentadas no vídeo. Através dos meios da visão, audição e fala, estas informações são socializadas (compartilhadas na discussão entre alunos e professor) e submetidas a uma série de ações, para serem transformadas em conhecimento e em saber.

As interações que acontecem durante e após o vídeo propiciam que o estudante aplique seus conhecimentos prévios ao objeto de estudo, agindo, observando, selecionando os aspectos que mais chamam a atenção, estabelecendo relações, atribuindo significados e chegando a uma interpretação própria.

O conhecimento é o resultado de uma interpretação pessoal, e por isso, a transformação do conhecimento em saber, varia de aluno para aluno. Como entendemos que cabe ao professor orientá-los nesta transição, desenvolvemos para esta etapa do processo ensino-aprendizado, uma seqüência de atividades que pretende favorecer o estabelecimento das associações entre expressões simbólicas da matemática e seus significados.

## 5.8. Considerações sobre este capítulo

Iniciamos este capítulo assumindo as seguintes hipóteses: 1) aprender é um ato social, que ocorre pela interação e apropriação do conhecimento; 2) aprender é essencialmente relacionar; 3) o saber matemático compreende o domínio do sistema de representação e regras que regem as ações abstratas.

Destas hipóteses iniciais, concluímos que, para que ocorra o aprendizado matemático, o aluno deve ser capaz de transformar informações (internas ou externas à matemática) em saber matemático e que cabe ao ensino integrar informação, conhecimento e saber. Vimos também que as dificuldades advindas da falta dessa integração comprometem o cumprimento da função da escola de promover a socialização do saber. Essas idéias estão em consonância com a proposta de criação de ambientes de aprendizagem e com a modelagem matemática do anticoncepcional oral.

# CAPÍTULO 6
# PROPOSTA DIDÁTICA

Este capítulo descreve a proposta didática que foi criada neste trabalho e que inclui três produções: o modelo matemático do anticoncepcional oral para o Ensino Médio, o vídeo informativo e o plano de ensino com a seqüência de atividades. Discutimos o potencial de cada um deles e de que maneira se relacionam com as idéias teóricas já desenvolvidas.

## 6.5. Proposta didática

A proposta didática foi fundamentada em teorias já descritas no capítulo 5, foi formulada tendo como ponto de partida uma situação não-matemática (funcionamento da pílula anticoncepcional) para criar um ambiente de modelagem matemática. A metodologia de ensino foi baseada no conceito de modelagem como ambiente de aprendizagem e na metáfora da aprendizagem como conversação.

O **modelo matemático** simplificado parte do mesmo tema e dos mesmos problemas do modelo científico já desenvolvido no capítulo 4, mas difere essencialmente no processo construtivo, nas ferramentas e na linguagem. A construção deste modelo foi fundamentada nos conceitos de transposição didática, saber científico e saber escolar.

Segundo Pais (2002) o saber científico está associado à vida acadêmica. Trata-se de um saber criado nas universidades e institutos de pesquisas, que é apresentado através de artigos, teses, livros e relatórios. É representado por uma linguagem técnica e científica que pode causar dificuldades no processo ensino-aprendizagem. Por outro lado, o saber escolar representa o conjunto dos conteúdos previstos nas várias disciplinas escolares, que se apresentam através das indicações contidas em documentos oficiais, programas, livros didáticos e outros materiais.

Estes saberes são distintos, o que justifica a diferença entre nossos modelos: o modelo simplificado do anticoncepcional para o Ensino Médio, não é uma mera tradução do modelo científico, é um novo modelo. É uma transformação do modelo anterior, entendida à luz do conceito de transposição didática.

Segundo Pais (op. cit.), este conceito foi elaborado por Yves Chevallard, pesquisador francês da área de Didática da Matemática e é bastante amplo. Envolve, de modo geral, as transformações (inclusões e exclusões) pelas quais passam os conteúdos de uma disciplina (no caso a Matemática), desde o momento de sua produção até o momento em que se materializam como saber escolar. Foi elaborado para problematizar e destacar a necessidade de transformar os conhecimentos matemáticos histórica e cientificamente sistematizados em conteúdos de saber escolar situados, contextualizados e relevantes para os alunos, permitindo uma melhor compreensão da dinâmica de produção e circulação de saberes que chegarão à escola e entrarão nas salas de aula.

É nesta ótica que explicamos o esforço de transformação de um modelo científico do ACO num modelo didático que envolve saberes escolares presentes nos currículos tradicionais - saberes ao mesmo tempo contextualizados e relevantes. As etapas da modelagem precisaram ser revistas, muitas foram adaptadas, novas hipóteses incorporadas, informações adicionadas, modos de pensar diferenciados e novas ferramentas tiveram que ser mobilizadas.

O **vídeo**, disponível no Apêndice C, consta de uma "conversa-entrevista" entre a autora do presente trabalho (Marina Menna Barreto) e a médica ginecologista Dra Cristina Glitz[41], a respeito da prevenção da gravidez e da pílula anticoncepcional. Tem duração de 11 minutos e foi produzido[42] pelas alunas bolsistas do curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS, Taís Aline Azevedo e Fabiana Serres. Focaliza tópicos tais como: diferentes métodos anticoncepcionais; o funcionamento da pílula anticoncepcional de uso diário; diferentes tipos de pílula anticoncepcional; conselhos médicos relativos ao uso da pílula; orientação indicando a necessidade de consulta médica; indicação de locais onde se adquirem contraceptivos gratuitamente; e recomendações sobre o uso da pílula anticoncepcional por adolescentes.

---

[41] A Dra. Cristina Glitz é médica ginecologista, trabalha no Hospital Mãe de Deus (Porto Alegre) e no Hospital de Clínicas da UFRGS, aonde atende um grande número de adolescentes. A doutora, gentilmente cedeu sua imagem e conhecimentos técnicos para a produção do vídeo e deste trabalho.

[42] A produção do vídeo fez parte do projeto de Ensino à Distância “Vídeos e manual de orientação: otimizando o uso dos vídeos”, orientado pela prof. Vera Clotilde Garcia.

Tem por objetivos: a) promover a discussão a respeito do tema gravidez na adolescência e métodos contraceptivos; b) discutir a necessidade de entender o fenômeno da absorção dos ACO (e de outras drogas) no organismo humano; c) perceber de que maneira a Matemática surge como ferramenta de análise do fenômeno absorção/eliminação de drogas.

Além disso, o vídeo possibilita que algumas questões de cunho técnico sejam levantadas, para, durante o estudo, serem respondidas pelos próprios alunos. Tais questões podem ser do tipo: a) O uso continuado e diário de anticoncepcionais levaria a um acúmulo hormonal tal que possa causar seqüelas ao organismo? b) Há risco de engravidar quando se esquece de tomar uma única pílula da cartela? c) Existe diferença entre os anticoncepcionais orais de uso diário e os contraceptivos de emergência (pílula do dia seguinte)?

No desenrolar do vídeo, a médica, ao explicar o funcionamento da pílula, indica com gestos a variação das concentrações hormonais do corpo de uma mulher, durante o período do ciclo menstrual, diferenciando a mulher que usa tal medicamento daquela que não o utiliza. Esta imagem gestual é representada em um gráfico animado, que mais adiante, marcará o início das atividades de caráter matemático. Este gráfico é apresentado como um primeiro modelo matemático para o fenômeno absorção/eliminação de ACO.

Espera-se que, logo após assistirem o vídeo, os estudantes sejam capazes de explicar com suas próprias palavras e representar com desenhos, a variação da concentração de hormônios no corpo humano em função dos dias do ciclo menstrual, em mulheres que usam ou não, anticoncepcionais.

A **seqüência didática** consta de uma série de atividades que procuram criar um ambiente de modelagem matemática, de tal modo que os alunos fiquem envolvidos na construção do modelo do ACO, para o nível médio. Estas atividades tratam das funções e progressões, e suas representações.

Na elaboração, procuramos enfatizar a importância da Matemática como uma disciplina que, por sua característica de sistematização, possibilita que se descreva e compreenda fenômenos não matemáticos, como o da absorção/eliminação de anticoncepcionais. Procuramos ainda, para cada atividade, mostrar exemplos análogos e aplicações em outras situações para que os alunos possam ter uma visão mais clara e ampla sobre o assunto abordado.

Nossas hipóteses de trabalho dizem respeito ao seu potencial educativo. Acreditamos que o processo de modelagem do fenômeno da absorção/eliminação do ACO, em sala de aula oferece um ambiente rico no qual se faz uso de conceitos importantes da Matemática e de outras esferas da vida do educando e que se justifica por diversas razões:

1. Oferece oportunidades de transição das regras verbais, da língua falada, às regras matemáticas, o que se destaca no vídeo, onde a médica explica o fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcional através de palavras e gestos.
2. Inclui questões reais que servem de justificativa para a construção e ou aplicação dos conceitos de variável e função, com possibilidades para análise do domínio, imagem e limites.
3. Inclui múltiplas representações das funções (gráfico, tabela, expressão algébrica, expressão verbal) que ajudam os alunos a visualizarem as relações presentes no fenômeno.
4. Inclui a elaboração de tabelas, que expressam com clareza padrões construtivos, que nada mais são que relações de recorrência, ferramentas importantes para a construção do modelo algébrico.
5. Enfatiza gráficos que permitem que os alunos percebam que o nível de medicamento no corpo, no início cresce rapidamente, mas com o tempo cresce mais devagar, situação que induz a uma discussão inicial sobre diferentes tipos de crescimento e sobre assíntotas; gráficos que permitem responder questões postas no início do processo sobre possível intoxicação quando se administra o anticoncepcional diariamente a intervalos regulares ou quando se administram altas doses em intervalos menores, como no caso do contraceptivo de emergência.

6. Inclui funções de variável discreta, com um padrão construtivo que pode ser usado para modelagem e análise de muitas outras situações ou fenômenos que envolvem recursividade. O trabalho com conjuntos discretos também serve de motivação para o estudo de funções elementares com domínios discretos tais como as progressões aritmética e geométrica.
7. Oferece uma boa oportunidade de estudar a soma dos termos de uma progressão geométrica, permitindo que o aluno amplie a sua compreensão sobre a adição. Também dá oportunidade de tratar com as idéias de infinito e convergência.
8. Exige um esforço de generalização que permite ao aluno reconhecer, generalizar e analisar dados, assim como identificar e generalizar padrões em situações matemáticas ou não, levando à percepção da importância dos modelos matemáticos e da própria Matemática.
9. Permite que o estudante perceba a Matemática como um meio de questionar a realidade vivida, pensando sobre o papel da disciplina na sociedade contemporânea e fazendo indagações sobre a natureza da própria Matemática.
10. É diretamente vinculado ao interesse do aluno, dá espaço à interdisciplinaridade e pode contribuir com o tratamento pedagógico dos Temas Transversais propostos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Convém ainda observar que, do ponto de vista social mais imediato, esta proposta provê informações adequadas a respeito dos contraceptivos, sobre seu funcionamento e uso, assim como a respeito do ciclo menstrual e gravidez. É oportuno lembrar que a falta de conhecimento dos aspectos fisiológicos envolvidos nas questões da sexualidade pode provocar o uso incorreto do anticoncepcional oral, além de comprometer o uso correto do método de abstinência periódica.

A proposta promove o debate sobre a contracepção e a reflexão sobre a própria sexualidade do aluno. Pode levá-lo a assumir uma postura mais crítica que o torna mais capaz de ampliar a sua percepção sobre os cuidados necessários para a adoção de comportamentos preventivos e de ampliar a sua responsabilidade e seu compromisso com a própria sexualidade. Deste modo, espera-se, ao se encontrarem diante de situações adversas, serão capazes de tomar decisões responsáveis e conscientes.

Nas secções seguintes desenvolvemos o modelo matemático do Level (anticoncepcional oral) para o Ensino Médio e descrevemos o plano de ensino. O caderno de atividades completo faz parte do Apêndice B.

## 6.6. O modelo do Level para o Ensino Médio

O seguinte texto foi elaborado para uso dos professores de Ensino Médio que pretendam utilizar a seqüência de ensino proposta no Apêndice B. Tratamos aqui da modelagem matemática do anticoncepcional Level, quando ingerido na forma usual – um comprimido por dia, num intervalo de 24 horas entre cada um, durante 21 dias – utilizando a matemática escolar.

### 6.6.1. Etapas

Seguindo o exemplo de Biembengut e Hein (op. cit.) e Bassanezi (2004), quando se pensa em modelagem matemática como metodologia de ensino ou como ambiente de aprendizagem, um mesmo fenômeno pode ser matematicamente representado de diferentes maneiras, fazendo-se uso do raciocínio, da linguagem e das ferramentas matemáticas, adequadas para diferentes níveis de ensino.

Neste caso, a transposição didática do modelo científico para o modelo simplificado exigiu que as etapas do trabalho fossem revistas e reescritas; novas problematizações fossem colocadas para servirem de diretrizes para a modelagem; as hipóteses fossem revisadas e simplificadas; e o raciocínio desenvolvido no processo, as ferramentas e a linguagem, fossem adaptados aos modos de pensar, fazer e saber escolares.

Descrevemos na continuidade estas etapas de trabalho que estão esquematizadas na Figura 6.1.

**Etapa 1 - coleta de dados experimentais**

Obtidos na bula[43] do Level: a) meia vida (MV) do Level: 12 horas (isto é, passadas 12 horas, a quantidade de fármaco no organismo fica reduzida à metade da quantidade inicial); b) quantidade de droga presente em um comprimido: 120 μg; d) concentração[44] da droga no organismo, decorrente da ingestão de um único comprimido: 40 μg/ℓ.

**Etapa 2 - identificação das variáveis**

Neste modelo, desenvolvido para o professor, vamos estudar a variação da <u>concentração</u> da droga presente no organismo em função do <u>tempo</u> decorrido a partir do momento da ingestão do primeiro comprimido. A 1ª dose, em t=0 corresponde à concentração $c_0$ = 40 μg/ℓ.

Para o modelo a ser construído pelos alunos (proposta ampliada no Apêndice B), em sala de aula, consideramos que o conceito de concentração seria uma exigência desnecessária. A lógica do fenômeno é perfeitamente delineada utilizando como variável dependente a <u>quantidade</u> de fármaco em μg, que é a grandeza visível para os alunos e presente na embalagem do produto. Do ponto de vista matemático essa troca de grandezas não traz qualquer prejuízo visto que, concentração e massa são grandezas diretamente proporcionais. Assim, para fins didáticos utilizamos "quantidade" ao invés de "concentração". Neste caso, $c_0$ = 120 μg.

**Etapa 3 - informações técnicas**

Os parâmetros farmacocinéticos relacionados ao fenômeno estão descritos na seção 4.5 do capítulo 4.

**Etapa 4 - problematização**

Os problemas inicialmente colocados foram: 1) O que ocorre se apenas um comprimido for ingerido? 2) Se os comprimidos forem ingeridos diariamente, é possível determinar a concentração do anticoncepcional no corpo, depois de alguns dias? 3) A concentração do anticoncepcional cresce indefinidamente, assumindo

[43] Ver Capítulo 4.
[44] Lembramos que para fins de cálculo da concentração consideramos que o anticoncepcional é distribuído em 3 litros de líquidos biológicos, conforme (Holford et al. 1988).

valores muito grandes, podendo causar seqüelas ao organismo, ou atinge algum limite superior?

**Etapa 5 - formulação de hipóteses e hipóteses simplificadoras**

As simplificações feitas foram:

a) O anticoncepcional (administrado via oral) é imediatamente absorvido na circulação sangüínea, distribuído por todo o corpo, metabolisado e, finalmente eliminado;
b) O intervalo entre as doses (entre cada pílula da cartela) é sempre o mesmo, ignorando-se pequenas variações de horas entre as doses;
c) A concentração da droga segue um padrão de eliminação que depende unicamente da meia-vida da mesma. Isto significa que, decorrido um certo tempo t, a concentração c(t) do fármaco nos líquidos biológicos, terá sido reduzida a uma taxa que depende da meia-vida da droga e que incide sobre a concentração no instante anterior.

**Etapa 6 - resolução**

As questões/problema foram respondidas aplicando a concepção de “álgebra como aritmética generalizada”, ou seja, as expressões algébricas foram obtidas a partir da generalização de um padrão construtivo evidente na elaboração de tabelas numéricas que representam a relação entre as variáveis. O uso de tabelas favorece a generalização, em uma abordagem inicial, na descrição de um fenômeno e é defendido por alguns pesquisadores[45]. As múltiplas representações das funções – tabela, gráfico e expressão algébrica – estão sempre conectadas num ambiente de modelagem de tal modo que possa se falar em modelo gráfico, aritmético[46] e algébrico. A definição e a representação algébrica da função exponencial seguem a definição usual, encontrada em livros didáticos do Ensino Médio. Elon Lages Lima (Lima et. al. 2004) define: a função exponencial de base a é uma função $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = a^x$, com $a > 0$ e $a \neq 1$, que tem as seguintes propriedades:

a) $f(x + y) = f(x)f(y)$ para quaisquer reais x e y;
b) f é crescente quando $a > 1$e é decrescente quando $a < 1$;

[45] A discussão do conceito de funções como aritmética generalizada está descrita na seção 5.4 do capítulo 5.

c) f é contínua;

d) se a < 1, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ e se a >1 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$;

**Etapa 7- validação / aplicação**

Podemos usar este modelo nas previsões a cerca dos possíveis níveis de concentração do anticoncepcional no organismo; tomar decisões a respeito de eventual esquecimento de um comprimido; explicar questões relativas às altas dosagens, como as sugeridas para contracepção de emergência e entender as diferenças entre modelos quando se modifica a posologia e/ou a forma de administração.

A Figura 6.1 mostra de maneira simplificada e esquematizada estas etapas.

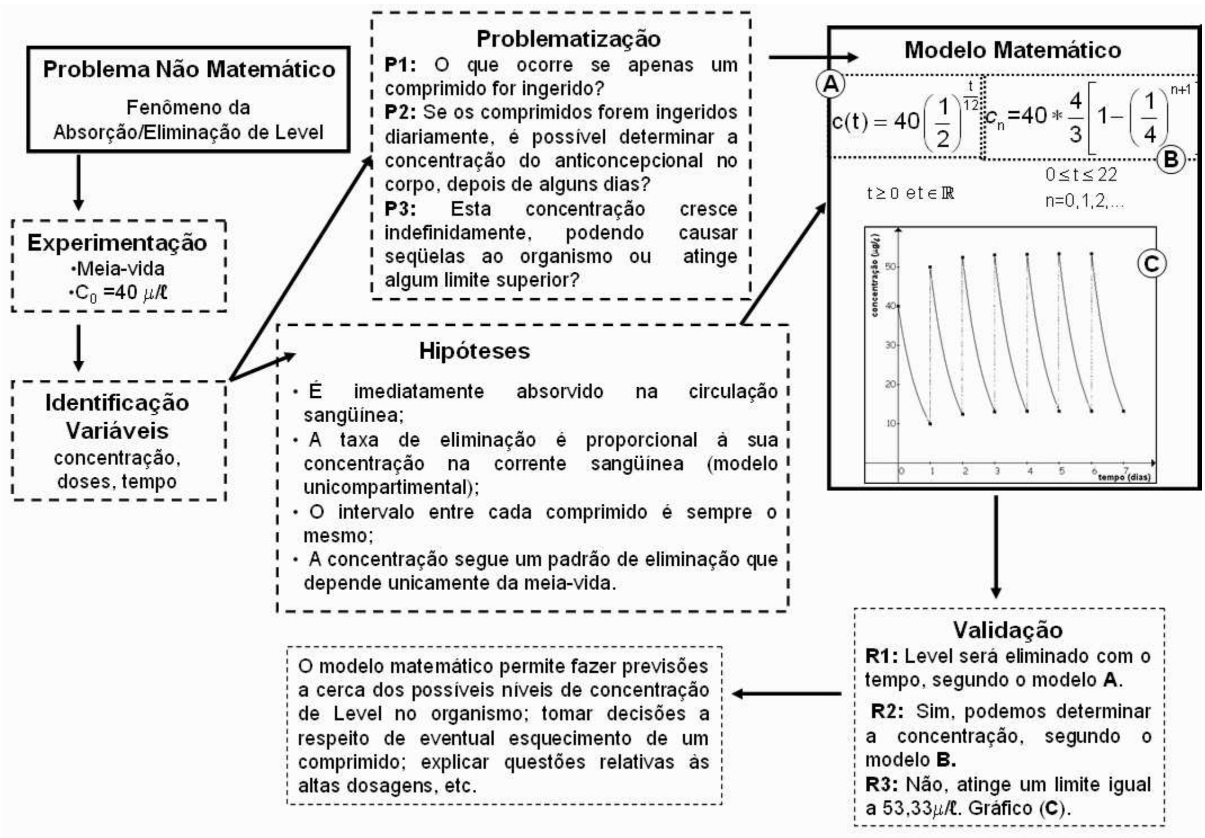



Figura 6.1: Esquema das etapas da construção do modelo matemático do anticoncepcional Level para o Ensino Médio.

[46] Expressão nossa para referir os dados tabelados.

### 6.6.2. Modelagem

O trabalho de modelagem seguiu a direção sugerida na **problematização**. Propusemos questões que foram norteadoras para a construção do modelo. Para cada questão proposta foi desenvolvida parte do modelo. Ao final do processo de modelagem, todas as questões são respondidas justificando o modelo construído.

**Questão 1:** O que ocorre se apenas um comprimido for ingerido?

**Questão 2:** Se os comprimidos forem ingeridos diariamente, é possível determinar a concentração do anticoncepcional no corpo, depois de alguns dias?

**Outras:** Esta concentração cresce indefinidamente, atingindo valores muito grandes, podendo causar seqüelas ao organismo ou admite algum limite superior? Por que o contraceptivo de emergência não deve ser usado como substituto da pílula anticoncepcional de uso diário? O que acontece se houver o esquecimento de um ou mais comprimidos da cartela?

#### 6.6.2.1. Modelagem para responder a Questão 1

Os passos da resolução seguem as seguintes idéias:

1. A álgebra pode ser vista como aritmética generalizada. Ou seja, as expressões algébricas foram obtidas a partir da generalização de um padrão construtivo presente na elaboração de tabelas numéricas que representam a relação entre as variáveis em pauta.

2. As representações das funções – gráfico, tabela e expressão algébrica – estão sempre conectadas num ambiente de modelagem. Desta forma pode-se falar em modelo gráfico, modelo aritmético e modelo algébrico.

3. A definição e a representação algébrica da função exponencial seguem a definição usual, encontrada em livros didáticos do Ensino Médio.

Inicialmente vamos elaborar uma tabela que represente o decaimento da concentração $c_0$ =40 μg/ℓ do anticoncepcional Level correspondente a apenas um comprimido (120 μg/) em função do tempo n em unidades de meia-vida, sabendo que a meia-vida do mesmo é 12 horas:

| Tempo (MV) | Total absorvido pelo corpo (μg) | |
|---|---|---|
| 0 | $c_0 = 40$ | =40 |
| 1 | $c_1 = 40 * \frac{1}{2}$ | = 20 |
| 2 | $c_2 = 40 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2}$ | =10 |
| 3 | $c_3 = 40 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2}$ | =5 |
| | * <br> * <br> * | |
| n | $c_n = 40 * \left(\frac{1}{2}\right)^n$ | |

Tabela 6.1: A concentração $c_n$ refere-se à concentração de Level no organismo, a cada intervalo de 12 horas (= MV), após a ingestão de um único comprimido.

Analisando a tabela, percebemos um padrão construtivo que nos permite generalizar os dados obtidos, obtendo um termo geral para a seqüência numérica:

$c_n = 40\left(\frac{1}{2}\right)^n$ para valores de n = 0, 1, 2, ... que representam intervalos de tempo decorridos após a ingestão do comprimido, em unidades de meia-vida (intervalos de 12 horas). Essa seqüência é uma progressão geométrica decrescente de razão 1/2. É uma função de variável discreta, cuja imagem é um conjunto de pontos isolados.

Sabemos, no entanto, que o corpo humano age continuamente para a eliminação da droga. Assim, é preciso criar um modelo de variável contínua. Para isto iremos introduzir uma variável contínua t, para expressar a variação da concentração c em função do tempo, em horas, de tal modo que a seqüência $c_n$ esteja contida na imagem da função c = c(t), $t \geq 0$ e $t \in \mathbb{R}$ .

Como a medida de um intervalo (n, n+1) para n $\geq$ 0, é 12 horas, basta criar, na tabela 6.1, 12 subdivisões iguais para cada intervalo. Vejamos esta relação na tabela 6.2:

| t (horas) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n (meia-vida) | 0 | 1/12 | 2/12 | 3/12 | 4/12 | 5/12 | 6/12 | 7/12 | 8/12 | 9/12 | 10/12 | 11/12 | 1 |

Tabela 6.2: Intervalos de tempo, dado em horas e em meias-vidas.

A nova variável t será definida como uma função linear de n, tal que t=0 corresponde a n=0 e t=12 corresponde a n=1, ou seja, t = 12n ou n=t/12. Assim criamos a função

$c(t) = 40\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{12}}$, para $t \geq 0$ e pertencente a $\mathbb{R}$.

Encontramos acima um modelo aritmético (Tabela 6.1) e um modelo algébrico $\left(c(t) = 40\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{12}}\right)$ para o fenômeno. Mas, queremos também um modelo gráfico. Para isto, basta inicialmente, marcarmos os pontos da tabela 6.1 no sistema de eixos cartesianos, conforme a Figura 6.2.

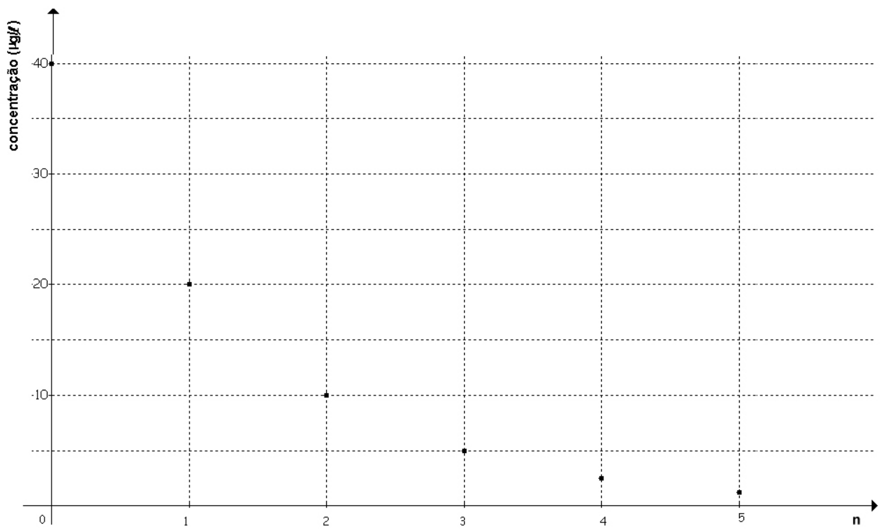



Figura 6.2: Concentração $c_n = 40\left(\frac{1}{2}\right)^n$, n=0,1,2,... do anticoncepcional Level, ao longo do tempo, após a administração de um único comprimido.

O gráfico da Figura 6.2 mostra a seqüência numérica $c_n = 40 \left(\frac{1}{2}\right)^n$, n = 0, 1, 2, ... obtida em intervalos de 12 horas. Esta é uma função de variável discreta, cuja imagem é constituída por pontos isolados. Unindo os pontos desta seqüência, obtemos o gráfico da Figura 6.3, função de variável contínua $c(t) = 40 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{12}}$, para $t \geq 0$ e pertencente a $\mathbb{R}$.

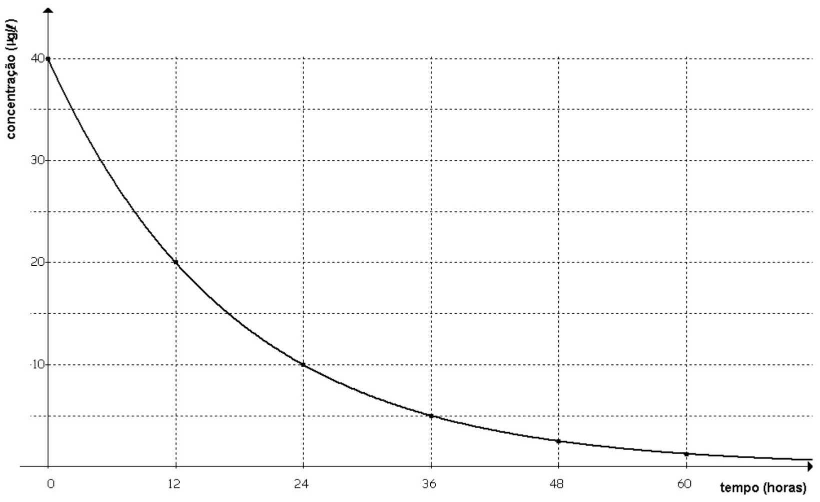



Figura 6.3: Concentração $c(t) = 40 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{12}}$ $t \geq 0$ e $t \in \mathbb{R}$ do anticoncepcional Level, ao longo do tempo, após a administração de um único comprimido.

Concluímos que o modelo matemático para o fenômeno da absorção de um único comprimido de Level é a função:

$$c(t) = 40 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{12}}, \qquad (6.1)$$

para $t \geq 0$ e $t \in \mathbb{R}$.

Observamos que, se tomarmos na equação (6.1), t = 36 horas, por exemplo, temos:

$$c(36) = 40\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{36}{12}} = 40\left(\frac{1}{2}\right)^{3},$$

que é igual a expressão $c_3 = 40\left(\frac{1}{2}\right)^{3}$, do modelo discreto, conforme previsto. Esta igualdade também pode ser observada através dos gráficos de ambos os modelos conforme ilustrados nas Figuras 6.2 e 6.3. A expressão (6.1), como havíamos suposto, coincide com a função exponencial usual no ensino médio: $f(x)=a^x$, para $a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{12}}$ e $x \in \mathbb{R}$.

Podemos agora responder à **Questão 1:** O que ocorre se apenas um comprimido for ingerido?

Basta analisarmos o gráfico para verificar que a concentração da droga reduz-se a 1/4 a cada <u>dia</u> ($1/4 = (1/2)^{24/12} = (1/2)^2$) e tende a zero, ou seja, a droga será eliminada, com o passar do tempo. Logo, o modelo matemático que expressa a concentração de um único comprimido do anticoncepcional Level, ao longo do <u>dia</u>, é:

$$c(t) = c_0\left(\frac{1}{4}\right)^{t}. \qquad (6.2)$$

Neste caso o tempo t é dado em dias, pertence a $\mathbb{R}$ e $t \geq 0$.

Pode-se generalizar este modelo para o fenômeno da absorção de uma droga qualquer, ingerida em uma única dose $c_0$, cuja meia-vida é MV:

$$c(t) = c_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/MV},$$

para $t \geq 0$ e pertencente a $\mathbb{R}$, caso particular da função $y = y_o.a^x$, para $a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{MV}}$ e $x \in \mathbb{R}$.

Isto significa que a concentração da droga reduz-se a uma taxa $a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{MV}}$ a cada unidade de tempo t. Lembramos que é preciso tomar cuidado para manter as mesmas unidades em MV e no tempo t, por exemplo, se MV = 12 horas, t é dado em horas e se MV = 0,5 dias, t é dado em dias.

**6.6.2.2. Modelagem para responder a Questão 2**

Se os comprimidos forem ingeridos diariamente, é possível determinar a concentração do anticoncepcional no corpo, depois de alguns dias?

Vamos elaborar uma tabela que represente a evolução da concentração c das substâncias presentes no anticoncepcional Level, quando administrado a intervalos regulares de 1 dia, durante 21 dias (número de comprimidos de uma cartela) consecutivos.

Já vimos no item anterior, que a cada 12 horas a concentração do anticoncepcional se reduz à metade da sua concentração inicial e que, a cada 24 horas, ou seja, um dia, se reduz a um quarto $\left(\frac{1}{4} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}\right)$. Isto é, a cada dia a concentração de Level se reduz a 25% daquela do dia anterior. Mas, simultaneamente, a cada dia, ocorre a ingestão de mais um comprimido. Desta forma podemos melhor observar este comportamento através de uma tabela (Tabela 6.3). Vejamos:

| Tempo (dias) | Concentração Imediatamente ANTES da dose ($\mu g/\ell$) | Dose (n) | Concentração Imediatamente DEPOIS da dose ($\mu g/\ell$) |
|---|---|---|---|
| 0 | - | 1 | 40 |
| 1 | 10 | 2 | 50 |
| 2 | 12,5 | 3 | 52,5 |
| 3 | 13,13 | 4 | 53,13 |
| 4 | 13,28 | 5 | 53,28 |
| 5 | 13,32 | 6 | 53,32 |
| 6 | 13,33 | 7 | 53,33 |
| 7 | 13,33 | 8 | 53,33 |

Tabela 6.3: Concentrações do anticoncepcional Level, imediatamente antes e após da ingestão de 8 comprimidos.

Logo após a administração da primeira pílula, a concentração de anticoncepcional nos líquidos biológicos do corpo é $c_0$ e é 40 $\mu g/\ell$. Durante o dia o corpo elimina continuamente parte do anticoncepcional segundo o modelo exponencial deduzido para responder a questão 1 (equação (6.2)) para c(t) = z (t).

$$z_1(t)=40\left(\frac{1}{4}\right)^t \qquad 0 \leq t \leq 1$$

Portanto, pouco antes da administração da segunda pílula, a concentração residual[47] $r_1$, do anticoncepcional é:

$$r_1 = \frac{1}{4}.40 = 10\ \mu g/\ell.$$

Uma nova pílula é administrada ($2^{\underline{a}}$ dose) de modo que a concentração $c_1$ do mesmo passe a ser de:

$$c_1 = r_1 + c_0$$

$$c_1 = 10 + 40 = 50\ \mu g/\ell.$$

[47] Lembramos que a concentração residual é a concentração restante do fármaco, ao final de cada intervalo, isto é imediatamente antes da administração da dose seguinte.

Novamente o organismo elimina o anticoncepcional ao longo do dia, segundo a equação:

$$z_2(t)=50\left(\frac{1}{4}\right)^{t-1} \qquad 1 \le t \le 2$$

Portanto, pouco antes da administração da segunda pílula, a concentração residual $r_2$, do anticoncepcional é:

$$r_2 = \frac{1}{4}.50 = 12{,}5\ \mu g/\ell.$$

Mais uma pílula é administrada (3ª dose) de modo que a concentração $c_2$ passe a ser de:

$$c_2 = r_2 + c_0$$

$$c_2 = 12{,}5 + 40 = 52{,}5\ \mu g/\ell.$$

Isto acontece sucessivamente. Ao longo de cada dia, o corpo elimina parte da substância até que uma nova pílula seja ingerida. Esta seqüência de eliminações diárias corresponde a uma família de funções exponenciais contínuas, modelos de decaimento semelhantes àquele deduzido na subsecção anterior (6.2.2.1), para a ingestão de um único comprimido. Assim ocorre até que o último (21º) comprimido da cartela seja administrado. Daí acontece uma pausa de 7 dias, isto é, nenhum comprimido é administrado durante estes dias e, após a pausa, se reinicia uma nova cartela.

O modelo gráfico deste comportamento está ilustrado na Figura 6.4. que mostra os níveis de concentração do anticoncepcional Level, por um período de 7 dias. As ordenadas superiores indicam a concentração $c_n$ e as inferiores indicam as concentrações residuais $r_n$ a cada início e fim de dia.

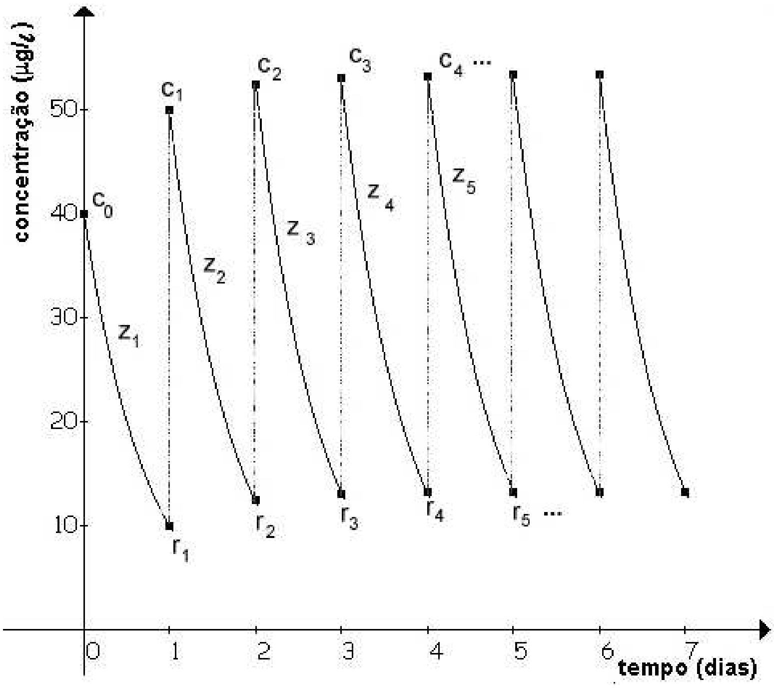



Figura 6.4:Comportamento das concentrações $c_n$ e $r_n$ do anticoncepcional no corpo e decaimentos $z_n$ entre cada comprimido administrado.

Esse mesmo comportamento está descrito algebricamente na tabela 6.4, a seguir. Podemos observar ainda, que a tabela 6.3, numérica, esconde o padrão construtivo, presente na segunda tabela 6.4, algébrica. Esta última torna evidente a presença da soma dos termos de uma progressão geométrica.

| Tempo (n-1) (dias) | Concentração Imediatamente ANTES da dose ( $r_{n-1}$ ) (µg / ℓ) | Dose (n) | Concentração Imediatamente DEPOIS da dose ( $c_{n-1}$ ) (µg / ℓ) |
|---|---|---|---|
| 0 | -- | 1 | $c_0 = 40$ |
| 1 | $r_1 = 40 \cdot \frac{1}{4}$ | 2 | $c_1 = c_0 + r_1$ <br> $c_1 = 40\left(\frac{1}{4} + 1\right)$ |
| 2 | $r_2 = c_1 \cdot \frac{1}{4}$ <br> $r_2 = 40\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4} + 1\right)$ | 3 | $c_2 = c_0 + r_2$ <br> $c_2 = 40\left(\frac{1}{4^2} + \frac{1}{4} + 1\right)$ |
| 3 | $r_3 = c_2 \bullet \frac{1}{4}$ <br> $r_3 = 40\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4^2} + \frac{1}{4} + 1\right)$ | 4 | $c_3 = c_0 + r_3$ <br> $c_3 = 40\left(\frac{1}{4^3} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4} + 1\right)$ |
| | * <br> * <br> * | * <br> * <br> * | * <br> * <br> * |
| n | $r_n = c_{n-1} \bullet \frac{1}{4}$ <br> $r_n = 40\frac{1}{4}\left(\frac{1}{4^{n-1}} + \frac{1}{4^{n-2}} + ... + 1\right)$ | n+1 | $c_n = c_0 + r_n$ <br> $c_n = 40\left(\frac{1}{4^n} + \frac{1}{4^{n-1}} + ... + \frac{1}{4} + 1\right)$ |

Tabela 6.4: A concentração residual ($r_{n-1}$) refere-se à concentração do fármaco imediatamente antes da ingestão da n-ésima dose. A concentração ($c_{n-1}$) refere-se à concentração do fármaco logo após a n-ésima dose.

Buscaremos então uma fórmula que generalize a soma para qualquer termo inicial, qualquer razão e qualquer quantidade de termos.

Podemos observar na tabela 6.4 que as concentrações $r_n$ e $c_n$ podem ser descritas como uma soma dos termos de uma progressão geométrica. Da última linha desta mesma tabela tiramos que a concentração $c_n$ de um fármaco administrado a intervalos regulares, após a (n+1)-ésima dose é:

$$c_n = 40\left(\frac{1}{4^n} + \frac{1}{4^{n-1}} + ... + \frac{1}{4} + 1\right)$$

A expressão entre parênteses é uma soma $S_{n+1}$ dos (n+1) termos de uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{4}$ e primeiro termo 1. Como sabemos, a soma de uma progressão geométrica de n termos, primeiro termo 1 e razão $q \neq 1$, é dada por:

$$S_n = \frac{1-q^n}{1-q}.$$

Logo, $c_n$ pode ser expresso por:

$$c_n = 40 * \frac{4}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{(n+1)}\right) = 53,33\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{(n+1)}\right) \qquad (6.3)$$

e que está representada pelas ordenadas do conjunto de pontos superiores $c_0$, $c_1$, $c_2$, ... no gráfico da Figura 6.4. Esta é a concentração do anticoncepcional Level, <u>logo após</u> a ingestão da (n+1)-ésima dose.

Do mesmo modo, observamos na tabela 6.4 a concentração $r_n$. A expressão entre parênteses é uma soma $S_n$ dos n termos de uma progressão geométrica de razão $\frac{1}{4}$ e primeiro termo 1. Logo, o resíduo $r_n$, imediatamente <u>antes</u> da (n+1)-ésima dose, pode ser expresso por:

$$r_n = 40 * \frac{1}{4} * \frac{4}{3}\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right) = 13,33\left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n\right) \qquad (6.4)$$

e está representado pelas ordenadas do conjunto de pontos inferiores $r_1$, $r_2$, $r_3$, ... no gráfico da Figura 6.4.

Em resumo temos: $r_1$ é o que resta de $c_0$, ao fim do primeiro dia; $c_1$ é o resultado da ingestão da segunda dose; $r_2$ é o que resta de $c_1$, ao fim do segundo dia; $c_2$ é resultado da ingestão da terceira dose. O modelo algébrico, porém, ainda não está completo. Precisamos deduzir uma expressão para uma função exponencial que transforme $c_0$ em $r_1$. A função $z_1(t) = c_0.A^t$, $t\in [0,1]$ faz esta transformação, para $A=\frac{1}{4}$. É fácil ver que $f(s) = c_0 A^s$ é adequada no domínio [0.1]. Assim criamos $z_1$:

$$z_1(t) = c_0 * A^t \qquad 0 \le t \le 1.$$

$$z_1(t)=40\left(\frac{1}{4}\right)^t$$

Do mesmo modo temos uma expressão para a função exponencial $z_2$, que transforme $c_1$ em $r_2$ e cujo domínio é o intervalo [1,2]:

$$z_2(t) = c_1 . A^{t-1} \qquad 1 \le t \le 2.$$

$$z_2(t)=40\left(\frac{1}{4}\right)^{t-1}$$

A família de curvas $z_1$, $z_2$, $z_3$, ... $z_n$, que expressam o decaimento diário da substância, que ocorre entre duas doses consecutivas de anticoncepcional, pode ser representada da seguinte forma:

$$z_1(t) = c_0 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{t} \qquad 0 \le t \le 1$$

$$z_2(t) = c_1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{(t-1)} \qquad 1 \le t \le 2$$

$$z_3(t) = c_2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{(t-2)} \qquad 2 \le t \le 3$$

*                    *
*                    *
*                    *

$$z_{n+1}(t) = c_n \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{(t-n)} \qquad n \le t \le (n+1)$$

Verificamos pelos dados da tabela 6.3, que a partir de certo valor de n as concentrações $c_n$ e $r_n$ se mantêm constantes e iguais a 53,33 µg/ℓ e 13,33 µg/ℓ respectivamente. É interessante chamar a atenção para estes valores nas equações (6.3) e (6.4) e observar coincidem com os obtidos nas últimas linhas da tabela 6.3. Estes números estão indicando que o limite superior ("steady-state") é atingido a partir do 7º comprimido administrado ininterruptamente. Em outras palavras, este limite nos assegura que a segurança contraceptiva acontece a partir do 7º dia de uso contínuo do anticoncepcional.

Podemos agora responder à **Questão 2** e outras: Se os comprimidos forem ingeridos diariamente, é possível determinar a concentração do anticoncepcional no corpo, depois de alguns dias? Esta concentração cresce indefinidamente, podendo causar seqüelas ao organismo ou atinge algum limite superior?

Com o modelo algébrico é possível calcular a concentração do anticoncepcional no corpo a qualquer momento futuro quando supomos a ingestão de um comprimido por dia. Por exemplo, podemos calcular a concentração máxima do anticoncepcional para o caso de uma mulher que tenha tomado 11 comprimidos. Neste caso, fazemos n=10 e de (6.3) obtemos:

$$c_n = 53,33\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{(n+1)}\right) \Rightarrow \quad c_{10} = 53,33\left(1-\frac{1}{4^{11}}\right)$$

$$c_{10} = 53,33(\text{aproxim.}1) \quad \Rightarrow \quad c_{10} = 53,33\mu g/\ell$$

Ainda respondendo às questões levantadas, podemos afirmar que o limite superior nos garante que a concentração não cresce indefinidamente e que por isso, não deve haver intoxicação.

Podemos analisar ainda mais. No período de pausa de 7 dias, há uma queda exponencial. O anticoncepcional é eliminado do organismo, mas quando há retomada da ingestão dos comprimidos, um novo ciclo se reinicia. Podemos observar claramente este comportamento, através do gráfico da Figura 6.5.

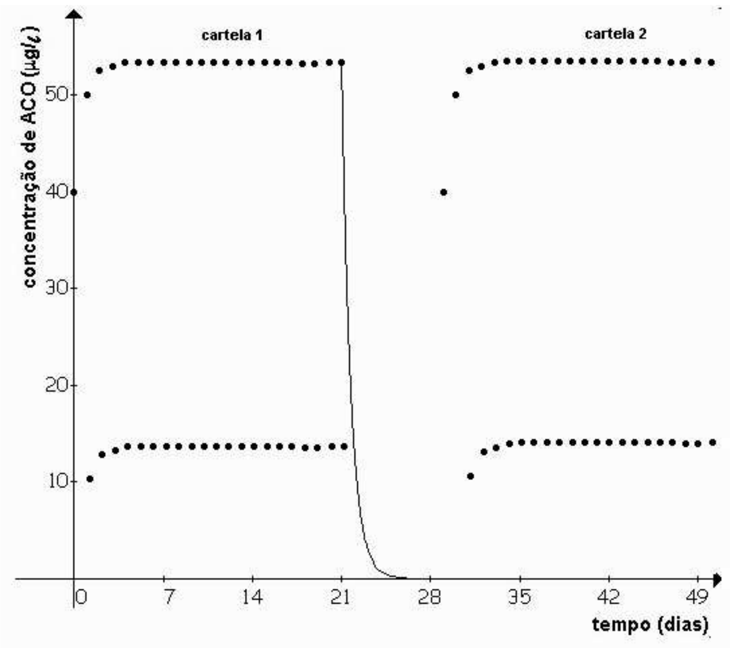



Figura 6.5: Esquema mostrando o comportamento dos níveis hormonais com o uso diário do anticoncepcional Level durante o período equivalente a duas cartelas consecutivas.

Além disso, podemos perguntar: **- O que acontece quando uma pessoa toma regularmente suas pílulas anticoncepcionais e se esquece de administrar um dos comprimidos da cartela?**

Para responder a esta questão, vamos supor que uma mulher tome os três primeiros comprimidos da cartela, sempre no início da manhã e, no quarto dia ela esqueça de tomar sua pílula anticoncepcional.

Vimos que, pouco antes da administração do quarto comprimido, a concentração $r_3$ de Level no corpo desta mulher deve ser de 13,13 μg/ℓ. Não havendo a ingestão do quarto comprimido, a concentração do anticoncepcional, continua a diminuir a uma taxa de 25% ao dia (A=0,25 $dia^{-1}$).

Assim, ao final do quarto dia, a concentração do anticoncepcional no organismo desta mulher será $r_4^* = 0,25*13,13 = 3,28$ μg/ℓ.

Suponhamos agora, que esta mulher, tenha percebido o esquecimento e administrado o comprimido exatamente 24 horas após o esquecimento. Ao administrar o anticoncepcional, a concentração do mesmo no seu organismo será de: 3,28 + 40 = 43,28 μg/ℓ.

Se compararmos este valor com ao da tabela 6.3, percebemos que é inferior à concentração logo após a administração do segundo comprimido. Isto nos mostra que, quando ocorre o esquecimento de um comprimido, mesmo que este seja administrado posteriormente, a retomada dos níveis hormonais proporcionada pelo anticoncepcional sofre um atraso. O gráfico da Figura 6.6 ilustra bem esta situação.

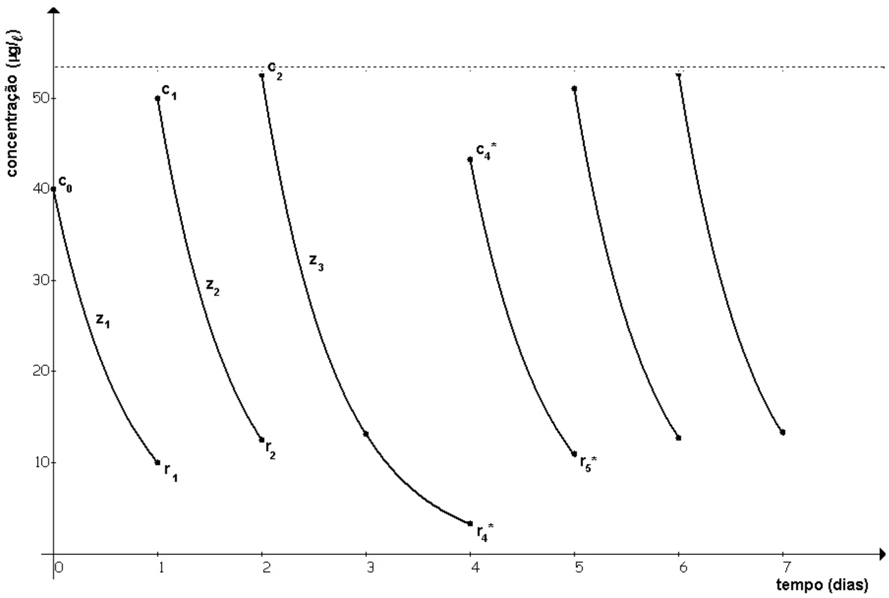



Figura 6.6: Comportamento da concentração do anticoncepcional Level, quando não é administrado um dos comprimidos (4ª pílula) no intervalo regular.

Finalizando, queremos ainda, responder uma das questões propostas na problematização: **Por que o contraceptivo de emergência (CE) não deve ser usado como substituto da pílula anticoncepcional de uso diário (ACO)?**

Discutir as diferenças entre estas duas formas de administração do anticoncepcional oral é interessante, visto que, o modelo matemático possibilita compreender as diferenças entre estes dois contraceptivos do <u>ponto de vista da saúde</u> da mulher.

Os contraceptivos de emergência, assim como os de uso diário têm em sua composição os mesmos hormônios (progesterona e/ou estrógeno). Pode-se, inclusive, alterar a posologia do ACO a fim de utilizá-lo como contraceptivo de emergência (ver Apêndice A). Com isto surge a questão colocada acima: por que ao invés de se administrar <u>diariamente</u> a pílula não se ingere <u>dose única</u> por mês?

A resposta a esta questão pode ser facilmente respondida através da matemática envolvida nos processos de absorção e eliminação de drogas. Como vimos anteriormente, a concentração de um fármaco nos líquidos biológicos, precisa ser bem determinada de modo que seja, ao mesmo tempo, terapêutica e atóxica.

Sabemos que uma cartela de ACO contém 21 comprimidos e que cada um destes contém 0,120 mg da substância ativa. Logo, ao final de cada cartela terão sido administrados 2,52 mg desta substância. Esta quantidade representa mais do que um único comprimido de um contraceptivo de emergência (Pozato – Uni, por exemplo, que contém 1,5 mg de substância ativa).

Este raciocínio ingênuo pode nos levar a pensar que o uso diário da pílula anticoncepcional poderia ser mais prejudicial do que o uso eventual do contraceptivo de emergência. No entanto, sabemos que isso não é verdadeiro, pois vimos que, mesmo sendo ingerido diariamente, ao longo de 21 dias consecutivos, a concentração do anticoncepcional de uso diário (Level) não excede um determinado nível.

Por outro lado, quando uma dose única do CE Pozato-Uni, é administrada, a concentração $c_0$ deste anticoncepcional no sangue é de 500 μg/ℓ $\left(= \frac{1500\mu\text{g}}{3\ell}\right)$ que é muito superior à concentração máxima atingida com o uso diário de Level, que como vimos anteriormente, é de 53,33μg/ℓ.

Este mesmo nível alto da concentração de anticoncepcional ocorre quando se faz uso de posologia especial para a contracepção de emergência, como aquelas sugeridas na tabela A.4 do apêndice A. Vejamos, por exemplo, o que acontece caso se faça uso do ACO Microvlar (combinado de baixa dosagem e MV=12 horas) como contraceptivo de emergência.

Cada comprimido deste anticoncepcional possui 0,18 mg (180 μg) de substância ativa e sua indicação de posologia de emergência é de 4 comprimidos na primeira dose e mais quatro 12 horas depois. Portanto, a concentração de cada dose é $c_0$ = 240 μg/ℓ $\left(= 4x\frac{180\mu\text{g}}{3\ell}\right)$. Como são administradas duas doses, em um intervalo de 12 horas, sua concentração máxima atinge 360 μg/ℓ. Esta concentração hormonal, muito superior àquela máxima atingida pelo uso diário de ACO, pode ser visualizada no gráfico da Figura 6.7.

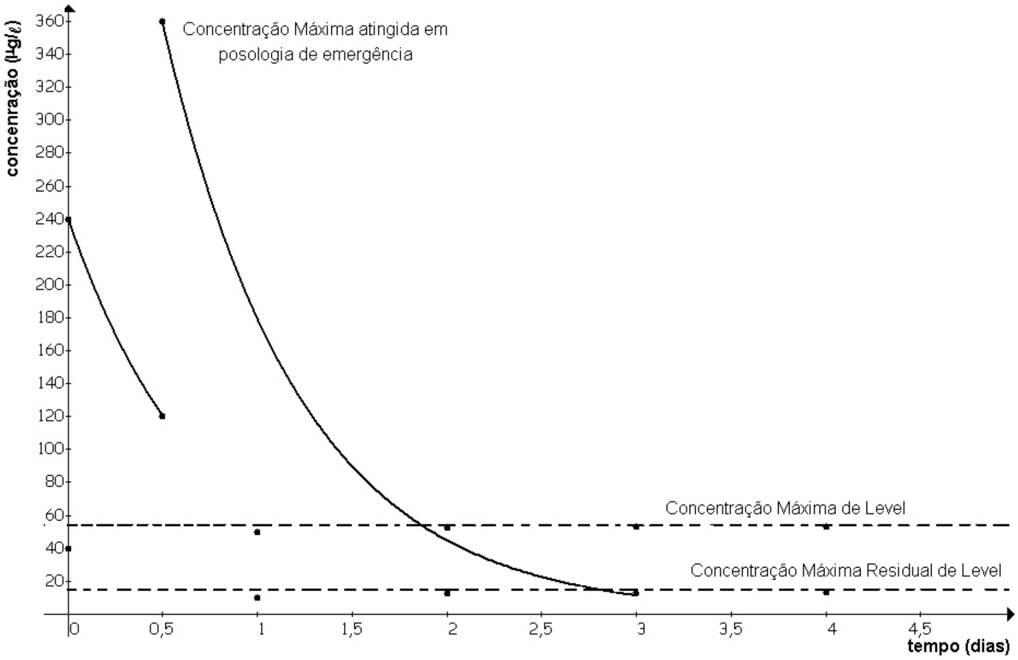



Figura 6.7: As linhas pontilhadas representam as concentrações máximas atingidas quando se utiliza o anticoncepcional Level durante 21 dias consecutivos. Os pontos que ligam as curvas cheias do gráfico representam as concentrações do contraceptivo Microvlar quando se faz uso de posologia especial de emergência.

Com isso é possível compreender por que o uso rotineiro de CE não é indicado pelos médicos. A alta dosagem hormonal necessária para que o mesmo seja eficaz pode trazer prejuízos para a saúde da mulher em curto prazo, caso utilizado eventualmente e em longo prazo, se usado rotineiramente.

### 6.6.2.3. Modelagem: generalização

Já respondemos às questões iniciais. Agora vamos generalizar este modelo para o fenômeno da absorção de uma droga qualquer, com uma dose de concentração $c_{0,}$ administrada no início de cada um dos intervalos regulares [0, T], [T, 2T], [2T, 3T],... , de duração T.

Suponhamos que, partindo de t=0, a cada instante t=T, seja administrada uma dose (um comprimido) de uma droga com meia vida MV e concentração inicial $c_{0,}$ e que, durante o intervalo entre as doses, a concentração diminua por que a substância vai sendo eliminada pelo corpo a uma taxa de eliminação A.

Já deduzimos na subseção 6.2.2.1, que para o fenômeno da absorção/eliminação de uma droga qualquer, ingerida em uma única dose $c_0$, cuja meia-vida é MV, a taxa de decaimento é:

$$A = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{MV}}$$

Podemos então, construir a seguinte tabela:

| Tempo (n-1)T | Concentração Residual (µg / ℓ) ( $r_{n-1}$ ) | Dose (n) | Concentração (µg / ℓ) ( $c_{n-1}$ ) |
|---|---|---|---|
| 0 | ---- | 1 | $c_0$ |
| T | $r_1 = c_0.A^T$ | 2 | $c_1 = r_1 + c_0$ <br> $= c_0 (A^T + 1)$ |
| 2T | $r_2 = c_1.A^T$ <br> $= c_0 (A^{2T} + A^T)$ | 3 | $c_2 = r_2 + c_0$ <br> $= c_0 (A^{2T} + A^T + 1)$ |
| 3T | $r_3 = c_2.A^T$ <br> $= c_0 (A^{3T} + A^{2T} + A^T)$ | 4 | $c_3 = r_3 + c_0$ <br> $= c_0 (A^{3T} + A^{2T} + A^T + 1)$ |
| | * <br> * <br> * | * <br> * <br> * | * <br> * <br> * |
| nT | $r_n = c_{n-1}.A^T$ <br> $= c_0 (A^{nT} + A^{(n-1)T} +...+ A^{2T} + A^T)$ | n+1 | $c_n = r_n + c_0$ <br> $= c_0 (A^{nT} + A^{(n-1)T} +...+ A^{2T} + A^T + 1)$ |

Tabela 6.5: A concentração residual ($r_{n-1}$) refere-se à concentração da droga imediatamente <u>antes</u> da ingestão da n-ésima dose. A concentração ($c_{n-1}$) refere-se à concentração logo <u>após</u> a n-ésima dose.

Reconhecendo somas de progressões geométricas entre parênteses, deduzimos que $c_n$ pode ser expresso por:

$$c_n = c_0 \left( \frac{1 - A^{(n+1)T}}{1 - A^T} \right), \qquad (6.5)$$

para n = 0, 1, 2, 3, .... Esta é a concentração logo após a ingestão da (n+1)-ésima dose e representa a ordenada do ponto superior, na descontinuidade traçada no gráfico da Figura 6.8.

No final do mesmo intervalo, imediatamente antes da administração do (n+1)ésimo comprimido, o resíduo $r_n$ é:

$$r_n = c_{n-1}.A^T$$

$$r_n = c_0.A^T\left(\frac{1-A^{nT}}{1-A^T}\right), \qquad (6.6)$$

para n = 1, 2, 3, ... Estas são as ordenadas dos pontos inferiores no gráfico da Figura 6.8.

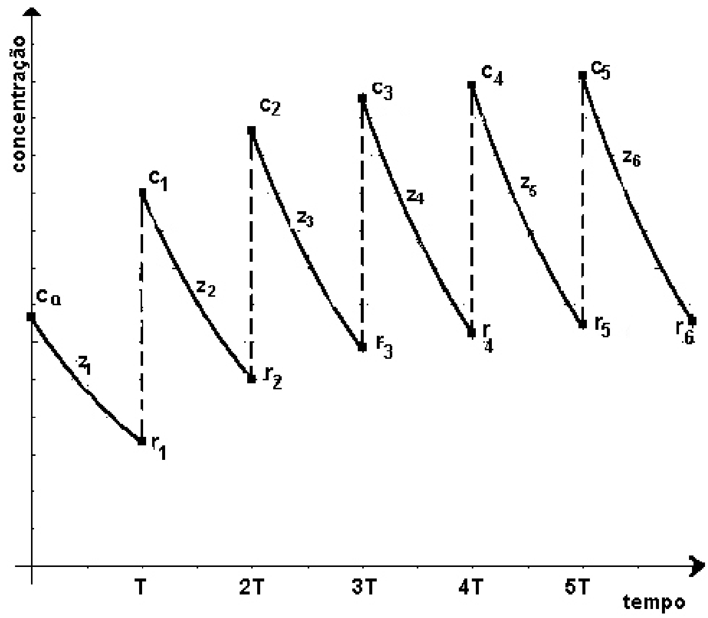



Figura 6.8: Concentrações $c_0$, $c_1$, $c_2$, ..., logo após a administração da droga, decaimentos $z_1$, $z_2$, $z_3$, .. entre as doses e as concentrações $r_1$, $r_2$, $r_3$, ..., imediatamente antes da administração, a cada intervalo T.

A família de curvas $z_1$, $z_2$, $z_3$, ... que unem os pontos inferiores e superiores do gráfico podem ser representadas da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll}
z_1(t) = c_0 \cdot A^{t} & 0 \le t \le T \\
z_2(t) = c_1 \cdot A^{(t-T)} & T \le t \le 2T \\
z_3(t) = c_2 \cdot A^{(t-2T)} & 2T \le t \le 3T \\
* & * \\
* & * \\
* & * \\
z_{n+1}(t) = c_n \cdot A^{(t-nT)} & nT \le t \le (n+1)T
\end{array} \tag{6.7}$$

Logo, podemos afirmar que a tabela 6.5, as equações (6.5) e (6.6), a família de curvas representadas por (6.7) e o gráfico da Figura 6.8, representam modelo <u>aritmético</u>, <u>algébrico</u> e <u>gráfico</u>, para o fenômeno da absorção/eliminação de drogas no organismo. Este modelo pressupõe que todas as doses administradas são iguais, de concentração $c_0$ e são ingeridas a intervalos regulares de duração T.

## 6.7. Plano de ensino

Ao buscar a compreensão do fenômeno da absorção e eliminação dos anticoncepcionais, assim como de qualquer outra droga, se faz necessário mobilizar conceitos e utilizar ferramentas matemáticas que dão significado a esta disciplina. Foi a partir desta idéia que desenvolvemos a seqüência de ensino apresentada no Apêndice B.

Os conceitos matemáticos envolvidos nestas atividades foram: comportamento linear, progressão aritmética, decaimento exponencial, progressão geométrica e sua representação gráfica, soma da progressão geométrica e modelagem matemática. Entre as habilidades e competências, listamos a compreensão de situações apresentadas em linguagem coloquial e sua representação matemática, com a construção de tabelas e gráficos, a identificação de padrões construtivos e a generalização das informações numéricas com a obtenção de uma expressão algébrica.

**Objetivos Específicos**

1) Desenvolver noções de variável, domínio contínuo e discreto, função e progressão a partir da emergência como ferramenta importante na modelagem do fenômeno absorção/eliminação de drogas;
2) Desenvolver a noção de variável relacionada com grandezas que variam, na evolução dos fenômenos não-matemáticos ou de outras ciências;
3) Identificar, relacionar e destacar a importância das três representações mais usuais de funções: tabelas, gráficos e equações matemáticas;
4) Conceituar, comparar e destacar as diferenças entre função de variável discreta e de variável contínua, associando-as a fenômenos discretos e contínuos;
5) Conceituar e comparar progressão aritmética e geométrica, destacando a diferença do comportamento dos fenômenos que podem ser modelados por uma ou outra progressão;
6) Desenvolver a expressão da soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica, na medida em que este conceito emerge da modelagem do fenômeno da absorção de drogas;
7) Tratar o termo geral de uma progressão como a generalização de um padrão que emerge na construção da tabela da progressão a partir dos primeiros termos.
8) Desenvolver a idéia de função e de progressão como modelos matemáticos da realidade;
9) Ampliar os significados da Matemática, apresentando-a como ferramenta para modelar, analisar, compreender e fazer previsões em fenômenos reais;
10) Relacionar idéias Matemáticas com uma variedade de contextos, dando novos significados à disciplina;
11) Envolver os alunos no processo de modelagem matemática;

O desenvolvimento do ambiente de modelagem, na nossa experiência, aconteceu do seguinte modo:

1. <u>Interação</u>: primeiro, o professor coloca a situação que pretende estudar com os alunos – funcionamento das pílulas anticoncepcionais e propõe que assistiam ao vídeo. Após, levanta questões, propõe a troca opiniões e

discussão sobre o assunto. Desta forma eles reconhecem a situação problema e se familiarizam com a linguagem específica.

2. Matematização: nesta etapa é feita a transição das diferentes linguagens: matemática e não-matemática. A discussão iniciada após o vídeo conduz os alunos a levantarem questões a respeito do comportamento da concentração do anticoncepcional no corpo da mulher e surge a primeira necessidade de uma análise mais criteriosa deste comportamento. Para isto o professor propõe que se faça uma análise do gráfico que apareceu no vídeo (gráfico técnico da área da saúde) e pede que se identifiquem as possíveis variáveis envolvidas no fenômeno e as suas relações. Após esta primeira tentativa de apropriação da linguagem e da estrutura matemática, o professor propõe novas atividades, mais sistematizadas. O objetivo principal desta etapa é chegar a um conjunto de representações matemáticas: gráfico, tabelas, expressões algébricas, etc., que levem às respostas das questões propostas inicialmente. Esta busca de respostas conduz ao desenvolvimento de conteúdos matemáticos novos ou não.

3. Modelo Matemático: nesta etapa se busca interpretar a solução do modelo desenvolvido na etapa da matematização. Verifica-se a sua adequabilidade, retornando à situação problema investigada (validação), avaliando quão significativa e relevante é a solução. É nesta etapa que se responde às questões levantadas na etapa anteior.

É interessante observar que na etapa da matematização a transição entre o pensamento e linguagem informal da língua falada e o pensamento e linguagem mais estruturados da Matemática acontece de forma interativa e intuitiva. É muito “suave” esta transição. Após a primeira transição, outras transições matemática - situação não-matemática - matemática acontecem, em diferentes momentos, procurando-se sempre interpretar, em ambas as linguagens, o fenômeno estudado.

Cabe lembrar que o estudo das funções neste trabalho é feito de maneira informal e concentra-se nas progressões aritméticas e geométricas, que são aquelas que aparecem com mais freqüência no modelo proposto. Pretende-se que o aluno, partindo de uma situação real, seja capaz de identificar um modelo matemático, relacionar diferentes conteúdos da matemática e compreender o processo utilizado na construção de um modelo.

## 6.8. Considerações sobre este capítulo

Neste capítulo tratamos da produção didática que resultou desta dissertação. Vimos que é possível desenvolver, com alunos de nível médio, a modelagem matemática da absorção/eliminação de drogas no organismo, em particular dos anticoncepcionais de uso diário. Para tal é preciso mobilizar os conceitos de variável, função, gráficos, potência e progressões geométricas. A utilização da modelagem como metodologia de ensino pode ser feita para introduzir ou aplicar estes tópicos, mas, principalmente para estabelecer relações entre eles. No capítulo seguinte descreveremos a experiência didática em que fez uso deste produto e refletimos sobre a implementação desta proposta em sala de aula.

# CAPÍTULO 7
# IMPLEMENTAÇÃO DA PROPOSTA DIDÁTICA

Este capítulo descreve e analisa experiências didáticas desenvolvidas em dois momentos e situações distintas: com alunos do Colégio Estadual Odila Gay da Fonseca e com alunos do Colégio de Aplicação da UFRGS.

A primeira delas, mais longa e na sala de aula regular, deu origem à seqüência de atividades, disponíveis no Apêndice B, que foram criadas a partir do vídeo informativo e do modelo simplificado da absorção do anticoncepcional de uso diário.

A segunda, desenvolvida em quatro horas/aula, em Laboratório, inclui a seqüência de ensino reduzida que faz parte deste capítulo.

## 7.1. Experiência Didática 1: Escola Estadual Odila Gay da Fonseca

Esta experiência envolveu 50 alunos de duas turmas da 1ª série do Ensino Médio, durante 16 horas-aula e 18 horas-aula para cada turma. Foi realizada no período de 17 de abril a 21 de maio de 2007, durante o turno da tarde em três dias da semana. As aulas foram ministradas pela professora mestranda Marina Menna Barreto.

Nesta experiência estudamos e avaliamos o envolvimento e interações, do grupo de alunos ao trabalharem na seqüência de atividades desenvolvidas nas aulas de Matemática durante o período de um mês. E mais, verificamos as concepções dos alunos sobre a Matemática e as possíveis relações que fazem entre esta disciplina e outras situações de sua vida e, em especial, sua sexualidade.

Os recursos utilizados para coleta de dados e posterior análise foram: a observação das interações e conversas dos alunos ao longo da experiência e respostas obtidas em dois questionários aplicados no início e no final das atividades.

O foco das observações foi norteado por três questões:

1. O conhecimento ou as opiniões dos alunos mudaram em conseqüência do trabalho realizado?
2. Suas percepções a respeito da disciplina de Matemática mudaram?
3. Conseguiram entender o que é modelagem matemática, qual é sua importância e para que serve?

O questionário inicial, disponível no Apêndice D, foi aplicado pela professora titular das turmas, antes do início da experiência didática. Serviu de instrumento de diagnóstico, elaborado com os objetivos de: deixar emergir conhecimentos prévios dos alunos sobre métodos contraceptivos, ciclo menstrual e outros temas relativos à gestação na adolescência; identificar concepções sobre a Matemática e a modelagem e verificar quais articulações eles fazem entre esta ciência e as situações de vida não matemáticas.

O questionário é composto de questões abertas e fechadas e divididas em três partes. A primeira parte visa determinar as características pessoais do grupo tais como idade e sexo. A segunda, pretende dar conta de responder a algumas perguntas tais como: a) o que a escola de fato vem fazendo em relação ao tema Educação Sexual e de que forma isto acontece nesta escola? b) qual a contribuição da disciplina de Matemática, nesta escola, em relação a este tema? c) qual o conhecimento que estes alunos já têm sobre sexualidade e sobre os métodos anticoncepcionais e, particularmente a pílula anticoncepcional? E uma terceira parte, que pretende responder a algumas questões comportamentais tais como: a) qual a percepção destes alunos a respeito da gravidez na adolescência? b) qual a percepção destes alunos a respeito da disciplina de Matemática?

O questionário final, disponível no Apêndice E, possui algumas questões iguais ao primeiro e foi aplicado com os objetivos de: a) perceber de qual maneira a experiência influenciou na percepção destes alunos em relação à Matemática; b) quais aprendizados estes tiveram em relação ao tema Educação Sexual.

### 7.1.1. Desenvolvimento da experiência

De posse das informações obtidas no primeiro questionário, iniciaram-se as aulas. No primeiro dia, a professora Marina e a turma ocuparam uma sala especial para assistirem ao vídeo. Logo após, iniciaram-se as discussões a respeito do conteúdo do mesmo. O vídeo deu origem a uma conversação sobre o tema e muitas questões surgiram da parte dos alunos:

"*É verdade que durante o período de pausa entre uma cartela e outra a mulher não está protegida contra a gravidez?*"; "*Quando se esquece de tomar um comprimido, precisa parar de tomar e esperar para reiniciar outra cartela? Ou precisa tomar dois comprimidos logo que lembrar?*"; "*O que significa exatamente o período fértil? É quando a mulher está menstruada?*"; "*Não é melhor tomar a pílula do dia seguinte, ao invés de tomar todos os dias a pílula comum?*"

A professora, por sua vez, também propôs algumas questões. Primeiramente procurou promover a reflexão a respeito do fenômeno da eliminação de drogas perguntando: "*O que vocês acham que acontece com a concentração dos hormônios presentes na pílula anticoncepcional ao longo do dia?*"

Os alunos afirmaram que o organismo eliminava os hormônios. Discutiu-se então de que forma acontecia esta eliminação. A professora aproveitou para sugerir que a eliminação seguia um determinado padrão. Lendo parte da bula de um anticoncepcional falou sobre a meia-vida de eliminação de substâncias do organismo. Nenhum dos alunos conhecia a expressão ou conceito de meia-vida.

Em um outro momento se retomou a discussão para tratar do gráfico de eliminação do anticoncepcional.

Outra questão proposta pela professora foi: "*O que vocês acham que acontece com a concentração do ACO ao longo dos 21 dias de uma cartela inteira? Esta concentração aumenta cada vez mais, atingindo altos valores?*"

Na tentativa de responder, surgiu uma suposição por parte dos alunos: "*Sim, a concentração aumenta muito e fica muito grande e é por isso que se faz uma pausa de sete dias entre uma cartela e outra*."

Outros alunos acreditavam que a concentração não ficaria tão grande, pois senão haveria intoxicação. Era uma idéia intuitiva. Neste ponto a professora propôs: "*Mas, se a cada comprimido que se ingere, a quantidade de hormônios aumenta, por que não ficaria muito grande? Por exemplo, se tomássemos durante 10 dias, 120 mg (equivalente a um comprimido), a quantidade final seria igual a 1200mg*?"

Algum aluno retrucou: “*Por que está, também, ao mesmo tempo sendo eliminado*.”

Depois da motivação inicial desencadeada pelo vídeo e debates subseqüentes, a professora conduziu os alunos para a sala de aula, de onde se seguiram as atividades.

### 7.1.2. Análise e reflexões sobre a experiência

É importante sublinhar que as descrições e observações, aqui apresentadas, procuram retratar de forma fiel as condições nas quais as experiências didáticas se desenvolveram. Não devem, com isso, serem interpretadas como uma justificativa para algum resultado desfavorável.

Ao final do momento de reflexão e questionamentos que aconteceram após o vídeo pode-se observar que os estudantes já estavam conseguindo vislumbrar uma pequena relação entre a Matemática e as questões relativas à sexualidade. Mas esta relação ainda parecia estar associada unicamente ao cálculo do período fértil.

A primeira das atividades foi interativa, feita em conjunto: professor usando o quadro negro e alunos discutindo oralmente. Nesta atividade, houve uma retomada dos gráficos que já tinham sido vistos em animação no vídeo e com isso os alunos tiveram a oportunidade de observá-los com mais cuidado. Puderam explicar o que estavam representando, identificar as variáveis envolvidas e refaze-los usando a linguagem matemática.

Ao realizar esta atividade os alunos mostraram as primeiras evidências dos seus problemas anteriores com a Matemática. Tiveram dificuldades em traçar o gráfico - muitos deles nunca tinham traçado um gráfico. Num primeiro momento as variáveis foram confundidas com suas unidades, sendo necessário a intervenção da professora para melhor defini-las e distingui-las. Em um dos itens desta atividade surgiu uma pergunta específica sobre funções (Este gráfico representa uma função? Justifica.) Como os alunos ainda não tinham visto nada sobre funções e esta atividade se propunha ser uma motivação para o estudo deste tópico, foi preciso neste momento, fazer uma pausa na atividade para uma explicação mais intuitiva de funções.

Essa interrupção da seqüência das atividades foi mais prolongada do que o previsto e causou uma "quebra" da linearidade do raciocínio, causando certo desconforto nos alunos. Uma idéia para resolver este problema seria tratar das questões sobre funções mais adiante, depois do modelo ter sido desenvolvido. Nessa perspectiva, fizemos modificações na seqüência.

Essa interrupção, associada a outras questões, como atrasos dos alunos, mudanças de horários, excesso de falta dos mesmos e quebra do contrato didático[48], prejudicaram o andamento da atividade, que propunha a construção do modelo gráfico e algébrico do anticoncepcional. O pouco tempo que restou foi insuficiente para desenvolvê-la adequadamente.

Vimos anteriormente que a disposição dos conteúdos da grade curricular em compartimentos é prática usual nas escolas brasileiras. No Colégio Odila Gay, não é diferente. Faz parte da grade curricular do primeiro ano do Ensino Médio o estudo das funções lineares, quadráticas e exponenciais. E do segundo ano, o estudo das progressões, aritmética e geométrica. Não são feitas relações entre as idéias e conteúdos matemáticos destas duas séries.

Sabemos que a formação escolar, a realidade social, os interesses em relação à aprendizagem e a motivação dos alunos, variam de turma para turma. No entanto, destacamos, alguns obstáculos observados no desenvolvimento das atividades:

a) Alunos sem motivação para a aprendizagem e despreparados para um trabalho que exija uma abordagem e postura diferente da tradicional. Estas dificuldades estão de acordo com aquilo que Franchi (apud,

[48] Segundo Pais (2002), a noção de contrato didático foi introduzida por Brousseau para explicar algumas relações que acontecem em sala de aula e diz respeito às regras que regem o funcionamento escolar, em diversos níveis. Estas regras são as atitudes, comportamentos, posturas e ações dos alunos, que são esperados pelo professor, e aquelas do professor, que são esperadas pelos alunos. Podem ser implícitas ou explícitas e podem ser negociadas. O contrato didático determina as "regras do jogo" na sala de aula e na escola.

Barbosa 1999) aponta como sendo dificuldades percebidas quando se exige do aluno posturas diferentes das habituais, como quando ocorre uma mudança na abordagem didática. Isto é, os alunos reagem passivamente quando a estratégia de aula os coloca no centro da ação pedagógica.

b) Incapacidade por parte dos alunos de gerenciar o seu material e de se comprometer com a escola e professores.
c) Contexto escolar que desfavorece um trabalho contínuo: muitos períodos vagos, mudanças de horários, faltas de professores, freqüência irregular dos alunos.
d) Quebra do contrato didático com outro professor em turma.
e) Professora mestranda desambientada: o contrato didático da escola com seus professores e esta professora não foi estabelecido.

A experiência também mostrou falhas na formação matemática do aluno. Os alunos ainda não haviam tido contato com o plano cartesiano e por isso ainda não sabiam plotar pontos e traçar gráficos. Era esperado que já tivessem tido algum contato com este tipo de situação ao ingressarem no Ensino Médio. Também mostraram dificuldades nas questões que exigiam um raciocínio de proporção simples. Foi solicitado o tempo em horas e dias correspondente a variável t e igual a um número decimal. Quando t era igual a 22,5 os alunos não tiveram maiores dificuldades em resolver, mas, no entanto, para t = 15,75, não conseguiram resolver.

A análise dos questionários seguiu as diretrizes impostas pelos seus objetivos. A <u>primeira parte</u> do **primeiro questionário** determinou as características pessoais do grupo tais como idade e sexo. A maioria dos alunos era do sexo masculino (25) contra 16 do sexo feminino. A maior parte dos estudantes encontrava-se na faixa etária dos 14 aos 17 anos, sendo que, apenas 7, tinham mais que 18 anos. Duas alunas estavam grávidas, duas tinham nenês em casa e um dos alunos afirmou já ser pai.

A <u>segunda parte</u> respondeu a algumas questões tais como: a) o que a escola de fato vem fazendo em relação ao tema Educação Sexual e de que forma isto acontece nesta escola? b) qual a contribuição da disciplina de Matemática, em relação a este tema? c) qual o conhecimento que estes alunos já têm sobre sexualidade e sobre os métodos anticoncepcionais e, particularmente a pílula anticoncepcional?

Nesta parte conseguimos perceber que a escola tem, de fato, sido negligente em relação a Educação para a sexualidade. Aproximadamente metade dos alunos (18) disse que a escola não oferece informações sobre Educação Sexual. Os outros (23) disseram que a escola oferecia estas informações, embora 8 não lembrassem de alguma situação específica. Os demais citaram que a maior parte destas informações provinham de palestrantes de fora.

A terceira parte do questionário respondeu às questões comportamentais. A grande maioria dos alunos afirmou ter conhecimento dos métodos anticoncepcionais mais conhecidos como a camisinha e a pílula, e disseram possuir muita informação sobre eles (conheciam a eficácia e sabiam como usar). O diafragma, o espermicida, o implante e o Diu foram os métodos que os alunos afirmaram ter menor conhecimento.

A maior parte das informações a respeito dos contraceptivos foi obtida através dos pais e familiares. Escola, revistas, livros e jornais foram também bastante citados como fonte destas informações. Mas, de modo geral, os alunos mostraram nas interações na sala de aula, ter conhecimentos mínimos (modo de usar e eficácia) dos métodos anticoncepcionais como a pílula e camisinha, contrariando a fala anterior.

Praticamente todos os alunos (37) mostraram que sabiam da possibilidade de engravidar com apenas uma relação sexual. Sobre a camisinha, mais da metade (25) dos 41 alunos acredita que a camisinha é muito eficaz na prevenção da gravidez, enquanto apenas 13 afirmaram que este método não é muito eficaz. No entanto, apenas um afirmou que esta não pode prevenir contra doenças sexualmente transmissíveis. Em relação à pílula praticamente a metade (22) afirmou que este método é muito eficaz na prevenção da gravidez, enquanto que 12 afirmaram não ser muito eficaz. Catorze (14) alunos não sabiam que a forma de administração da pílula é oral.

Em relação à pergunta: "O que é a menstruação para você? Quando isto acontece? Como acontece e com qual freqüência?", Dezoito (18) responderam que não sabiam ou deixaram esta questão em branco. Daqueles que responderam a maioria se restringiu a dizer que é uma "coisa" desagradável e que acontece uma vez por mês. Alguns alunos (5) fizeram alguma associação com óvulo, fecundação e gravidez.

Em relação à questão: "O que é o ciclo menstrual? Use palavras ou desenhos para explicar", 28 responderam que não sabiam ou deixaram esta questão em branco. Daqueles que responderam, 5 sugeriram que o ciclo menstrual é o tempo que a mulher demora para menstruar (é importante observar a confusão que fazem: associam o ciclo menstrual apenas ao período do sangramento da menstruação). Apenas um aluno conseguiu fazer uma associação mais específica (ainda que não totalmente correta): associou o ciclo menstrual a não fecundação do óvulo. É interessante observar que mesmo tendo sido sugerido a pergunta que a explicação poderia ser dada por desenhos, nenhum alunos o fez.

Em relação à gravidez na adolescência foi possível constatar que a grande maioria (27) vê a gravidez nesta etapa da vida como um problema e como indesejada. Ainda que alguns digam que "*é cedo, mas se não prejudicar em nada é legal*", ou que "*é como qualquer outra*", a grande maioria faz afirmações do tipo: "*tira a liberdade e modifica o futuro*", "*perde a adolescência para virar adulto*", "*estraga a vida do adolescente*" por que "*interrompe*", "*para de estudar*", " *é um atraso*", etc.

Quanto à percepção dos alunos a respeito da disciplina, muitos reconheceram uma relação entre Matemática e realidade como um dos aspectos importantes que justificam o estudo desta disciplina na escola e no Ensino Médio. Dos 41 alunos que responderam ao questionário inicial, 33 disseram que as aulas de Matemática são úteis ou interessantes. A maior parte associou a importância da disciplina ao trabalho e a um provável uso no futuro, como se pode conferir na fala de um dos alunos: "*Agora não usa, no futuro ajudará no trabalho*".

Observamos ainda, que os alunos não se referiram a utilidade da Matemática no presente e tampouco souberam exemplificar tal utilidade. É possível inferir destas percepções, a necessidade de proporcionar em sala de aula situações em que o estudante possa perceber que de fato, existe relação entre a Matemática e o mundo não matemático.

O **questionário final** (Apêndice E) possui algumas questões iguais ao primeiro e foi aplicado com os objetivos de perceber de qual maneira a experiência influenciou na percepção destes alunos em relação à Matemática e quais aprendizados estes tiveram em relação ao tema Educação Sexual. Foi respondido por 33 alunos, destes, 19 do sexo masculino e 14 do sexo feminino.

Ao final da experiência, através da análise dos questionários e observações feitas em sala de aula, pudemos observar que houve uma mudança de concepção no modo de ver a disciplina. A idéia de que a Matemática pode ser contextualizada (e nesse sentido, queremos reforçar a idéia de que a contextualização deve fazer parte da realidade da vida do grupo, sendo relevante e significativa para o mesmo) e que pode ser interessante por estar diretamente relacionada com aspectos da vida cotidiana. No início da experiência essa idéia era muito vaga, mas se modificou. Esta observação fica evidenciada nas falas de alguns alunos, ao responderem, no questionário final, a questão relativa às aulas de Matemática durante esta experiência: "*percebi que tem algo com a minha vida*"; "*aprendi algo útil que a matemática tem que se refere a minha vida*" e "*porque a gente aprende bastante sabendo misturar matemática com outras coisas*".

Pudemos também observar mudanças nas concepções dos alunos em relação ao potencial da Matemática como ferramenta para modelar a "realidade". Antes do início desta experiência, ficou evidenciado no primeiro questionário que os alunos não tinham a menor idéia do que é um modelo matemático e não eram capazes de fazer algum tipo de relação entre a Matemática e a Educação para a Sexualidade.
Quando perguntados se viam alguma relação entre a disciplina e a Educação Sexual (questionário inicial), apenas 13 dos 41 disseram que viam alguma relação, mas não souberam exemplificar. E ainda, quando questionados sobre o que sabiam, ou ouviram falar, de modelagem matemática, trinta e quatro (34) disseram não saber o que é e nem ouvido falar enquanto apenas cinco disseram ter ouvido falar, mas não sabiam o que era.

As mudanças nestas concepções são perceptíveis quando analisamos as informações do questionário final. A importância de se construir modelos matemáticos fica evidenciada: "*para podermos entender melhor e vermos o que acontece em nosso corpo através da pílula*" e "*é importante para nos orientar*". E ainda mais, alguns associaram os modelos ao aprendizado: "*ajuda no aprendizado da matéria e na explicação do assunto*" e "*torna os problemas mais fácil* (mantida a grafia original do aluno) *de resolver com os modelos matemáticos*".

Mesmo que os questionários não tenham se constituído em um instrumento de validação, a análise das respostas dos mesmos forneceu evidências do comportamento e expectativas dos alunos em relação à disciplina, ao andamento dado às aulas e à proposta de ensino deste trabalho.

Houve aceitação desta proposta por parte do corpo docente. Nos intervalos, em conversas com outros professores, estes, em sua maioria expressaram interesse e destacaram a importância de trabalhar tal tema com os alunos do nível médio. Alguns ficaram curiosos para saber qual a relação existente entre a Matemática e a Educação Sexual e como estava sendo feita esta articulação. Também os professores responsáveis pelo Projeto Saúde Escolar, da Secretaria de Educação do Estado, se mostraram receptivos e interessados, sugerindo inclusive, que o mesmo fosse desenvolvido com as Equipes do Projeto Saúde Escolar de cada região.

## 7.2. Experiência didática 2: grupo de alunos do Colégio de Aplicação da UFRGS

Esta experiência envolveu 6 alunos de uma turma da 2ª série do Ensino Médio do Colégio de Aplicação da UFRGS. O experimento aconteceu no dia 9 de abril de 2007, no turno da manhã, durante 4 horas, em uma sala de aula (Laboratório de Ensino) do Instituto de Matemática da UFRGS. Os alunos foram voluntários, selecionados através de um sorteio, com idades de 15 e 16 anos, três do sexo masculino e três do sexo feminino. O experimento foi aplicado por 6 alunos do curso de Licenciatura em Matemática e fez parte do trabalho da disciplina Laboratório de Práticas de Ensino de Matemática III.

Este foi um experimento controlado de ensino[49] e planejado para investigar o potencial educativo da proposta. Envolveu uma seqüência de episódios incluindo agentes de ensino (aluno da disciplina Laboratório do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS), uma professora coordenadora que serviu como testemunha (professora da disciplina e orientadora dessa dissertação) e métodos de registro: vídeo, observações, diário da testemunha e produção escrita dos alunos.

Na continuidade descreveremos o plano do experimento e fazemos uma análise da experiência.

### 7.2.1. Plano do experimento

Os objetivos do experimento foram explorar os conceitos de variável, função e suas representações – gráfica, algébrica e numérica - e desenvolver habilidades de modelagem matemática.

O experimento de ensino foi desenvolvido com os seguintes objetivos:

1. Oferecer aos professores do Ensino Médio uma proposta reduzida para atividades de ensino, utilizando o vídeo e desenvolvendo um ambiente de modelagem no tema da absorção de anticoncepcionais;
2. Demonstrar a possibilidade concreta da implementação da proposta e seu potencial para envolver os alunos e promover tanto aprendizagem geral e crítica sobre o tema da anticoncepção como habilidades matemáticas;
3. Trazer resultados de observações com diferentes focos: conhecimentos prévios dos alunos sobre tema, esclarecimentos fruto da discussão; erros matemáticos (gráficos e algébricos); explicações dos estudantes sobre seus modelos; contribuições dos estudantes para a discussão; perguntas do professor com a intenção de induzir elementos de dúvida, com objetivo de fazer o estudante reorganizar seu pensamento numa maneira que o leve a solucionar o problema.

[49] O experimento de ensino é ferramenta exploratória direcionado para compreender o progresso do aluno em certo período de tempo.

Para a análise dos dois primeiros objetivos foram utilizadas partes da filmagem da experiência enquanto que, para o terceiro objetivo, foi feita também uma análise das anotações dos participantes da experiência.

A experiência foi dividida em três partes (Episódios) que tiveram objetivos e metodologias diferenciadas. A primeira etapa (Episódio Inicial) teve por objetivo dar início às discussões e levantar questões a serem respondidas ao longo do experimento. A metodologia utilizada foi a de discussão coletiva. A etapa seguinte (Episódio 1) teve por objetivo explicitar o problema da modelagem: - Como será a representação gráfica e algébrica do fenômeno da absorção/eliminação de drogas? A metodologia utilizada nesta etapa foi o trabalho individual com atendimento pelos agentes de ensino. A última etapa (Episódio 2) teve por objetivos: a) desenvolver o modelo algébrico e gráfico do fenômeno absorção/eliminação de uma única dose se ACO; b) desenvolver o modelo gráfico e algébrico da absorção/eliminação de um anticoncepcional de uso diário (várias doses); c) responder questões que foram levantadas anteriormente e ainda não haviam sido respondidas; d) analisar e comparar o modelo desenvolvido com um possível modelo para o contraceptivo de emergência. Nesta etapa, o trabalho foi desenvolvido parte individualmente e parte em grande grupo, com discussão e explicações dos agentes de ensino, num ambiente interativo.

### 7.2.2. Proposta Reduzida

Segue-se a descrição das atividades divididas em episódios que marcam o início e o fim das etapas do processo da modelagem.

**EPISÓDIO INICIAL: vídeo**

Assistir ao vídeo e observar o gráfico animado que aparece como um primeiro modelo para o fenômeno e será analisado do ponto de vista da Matemática, posteriormente, no Episódio 1.

Depois de assistir ao vídeo pensamos a respeito de algumas questões: a) O que ocorre se apenas um comprimido for ingerido? b) Se os comprimidos forem ingeridos diariamente, é possível determinar a concentração do anticoncepcional no corpo, depois de alguns dias? c) Esta concentração cresce para valores muito altos podendo causar seqüelas ao organismo ou atinge algum limite superior? d) Por que o contraceptivo de emergência não deve ser usado como substituto da pílula anticoncepcional de uso diário?

**EPISÓDIO 1: Modelagem Gráfica**

**Atividade 1**: Os gráficos abaixo foram elaborados na área médica. O primeiro indica a relação entre o nível hormonal da mulher que não toma anticoncepcional e o seu ciclo menstrual.

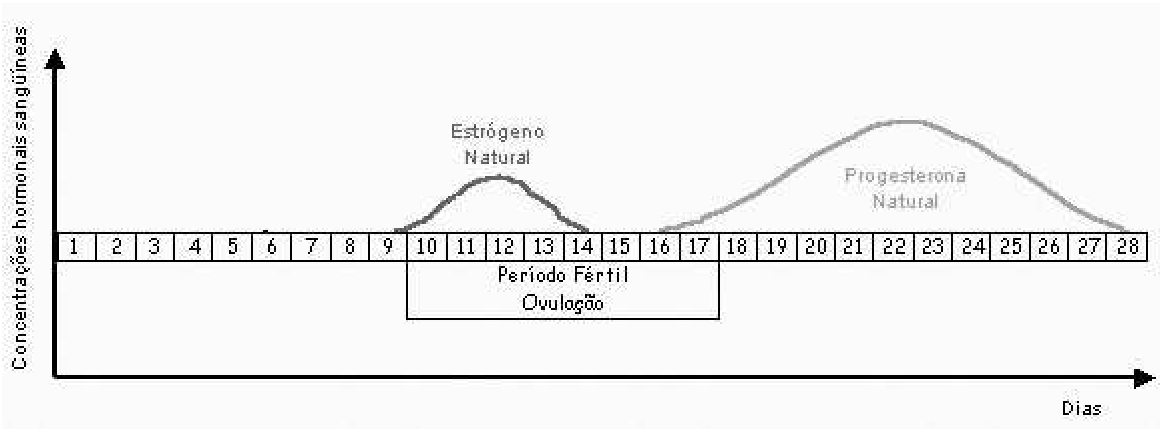



Figura 7.1: Gráfico extraído e adaptado de livro de farmacologia mostrando o comportamento da concentração de estrógeno e progesterona em um ciclo menstrual normal de 28 dias. (Figura adaptada de Thomas, J. A. & Jones, J. E., 1979)

Com o uso diário de anticoncepcional o gráfico se transforma, e, no lugar dos picos de estrogênio e progesterona, temos um nível estável de tais hormônios de maneira que a ovulação fica impedida de acontecer.

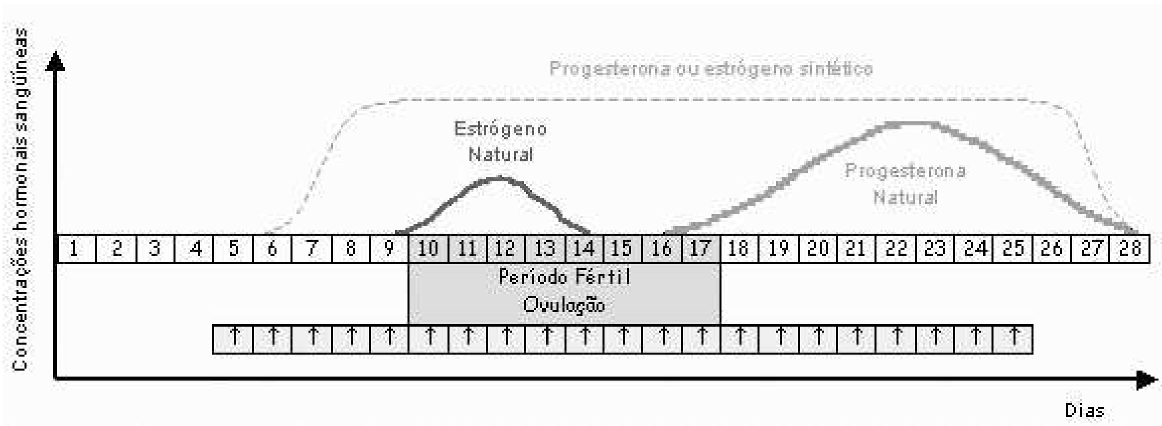
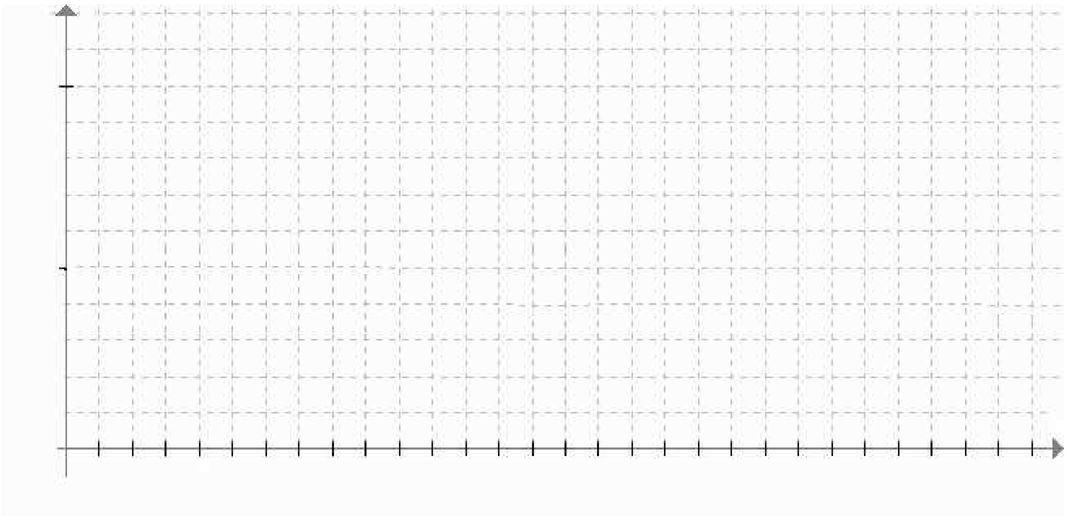



Figura 7.2: Este gráfico ilustra o mesmo comportamento da concentração hormonal da Figura 7.1 comparando-o com a concentração hormonal de quando se faz uso do anticoncepcional oral. As setas indicam a ingestão diária de ACO, que inicia no quinto dia do ciclo e tem duração de 21 dias. (Figura adaptada de Thomas, J. A. & Jones, J. E., 1979)

Cada seta da figura indica um dia de administração da pílula anticoncepcional, que inicia no quinto dia do ciclo.

**Atividade 1-A**: Usando a linguagem gráfica usual da matemática, refaça o gráfico. Para isto determine quais são as variáveis utilizadas e defina cada uma delas. Qual é a unidade de medida usada para cada variável?



**Atividade 1-B**: No eixo horizontal, o que significa o zero do gráfico? E o 1? E o 2? E o número 28?

Este gráfico é um modelo para a variação dos níveis de hormônio, no sangue da mulher, num período de um ciclo menstrual.

**EPISÓDIO 2: Modelagem Gráfica e Algébrica**

**Atividade 2**: Algumas situações reais admitem representações gráfica e algébrica. – é o que chamamos de modelo matemático. Na seguinte situação, elabore gráfico, tabela e encontre uma expressão algébrica.

**Atividade 2-A**: Uma pessoa tomou um comprimido de anticoncepcional às 20h00min. Sabe-se que a concentração da droga no sangue decai com o tempo, reduzindo-se à metade a cada 12 horas. Elabora um gráfico para expressar o decaimento desta concentração, num período de 1 dia. E num período de 3 dias.

Encontra uma equação para a variação da concentração da droga, no sangue, em função do tempo.

Vamos agora, criar um modelo para o fenômeno da absorção de anticoncepcionais de uso diário.

**Atividade 2-B**: Uma pessoa tomou um comprimido de anticoncepcional às 20h. A bula do remédio informa que a quantidade de hormônio presente em cada pílula é de 120 micro-gramas e que esta quantidade decai com o tempo, reduzindo-se à metade a cada 12 horas. Às 20h do dia seguinte, ela toma um novo comprimido. Elabora um gráfico para expressar a variação dessa quantidade, num período de 2 dias.

**Atividade 2-C**: E se a pessoa tomar um comprimido às 20h, durante 22 dias consecutivos, e só aí parar. a) Elabora um gráfico para expressar a variação desta concentração, num período de 24 dias. b) Elabora uma tabela descrevendo o fenômeno. c) Encontra uma expressão matemática generalizadora.

**Atividade 2-D**: O que acontece se a pessoa esquecer de tomar a quarta pílula? E se esquecer a quarta e a quinta?

**Atividade 2-E**: Vamos criar um modelo gráfico para o fenômeno da absorção de anticoncepcionais de uso contínuo, como os adesivos, a partir da análise do gráfico anterior. Quais seriam as diferenças e semelhanças entre os dois fenômenos?

**Atividade 2-F**: Como seria o gráfico para a absorção da pílula do dia seguinte?

### 7.2.3. Desenvolvimento da Experiência

Inicialmente – Episódio Inicial – os alunos foram convidados a assistir ao vídeo. Depois, o agente de ensino propôs as questões para discussão. No momento seguinte (Episódio 1) os traduziram para a linguagem matemática o gráfico que representa o ciclo hormonal na área médica.

Depois de finalizada, iniciaram as atividades de Modelagem algébrica e gráfica do Episósio 2: os alunos criaram um modelo para o fenômeno da eliminação/absorção de anticoncepcionais com uma só dose e com uso diário. As questões propostas neste episódio foram respondidas, parte no papel e parte oral, como por exemplo, a atividade 2D (O que acontece se a pessoa esquecer de tomar a quarta pílula? E se esquecer a quarta e a quinta?) A expressão matemática generalizadora foi desenvolvida no quadro pelo agente de ensino.

No ambiente interativo, as meninas demonstraram ter mais conhecimentos prévios e mais interesse sobre o tema. Na discussão frente ao vídeo, dois meninos mostraram não ter idéia sobre produção hormonal. Isto foi confirmado quando foram convidados a criar um gráfico matemático para o processo de evolução da taxa hormonal durante o mês: começaram do zero. As discussões sobre o vídeo e na mesa redonda, sobre o gráfico e seus detalhes, trouxeram esclarecimentos: sobre a relação entre oscilação hormonal e período fértil; sobre a estabilidade hormonal, fruto do uso de anticoncepcionais; e sobre a pausa, não necessariamente obrigatória. Alguns viram pela primeira vez as caixinhas de anticoncepcional e observaram as diferenças de dosagens.

O acompanhamento mostrou o conhecimento matemático prévio dos alunos. Tinham noções de função e percebiam funções como relação entre variáveis; tinham habilidades para construção de gráficos e conhecimento das funções elementares, identificando-as com gráficos prototípicos.

Contudo, na prática, surgiram dificuldades técnicas. Ao iniciarem a construção do gráfico, no Episódio 1, surgiu a discussão sobre o zero no eixo dos XX e no eixo dos Y: "*Começa no zero ou no 1?*" - perguntou um aluno.

Um diálogo esclarece a questão. Quando questionado pela professora coordenadora: "*O que é o dia nove?*" - durante a sua explicação do gráfico, responde: "*do ciclo menstrual.*" A professora insiste mais em uma explicação mais detalhada e pergunta: "*E o zero é o quê?*", ao que ele responde: "*dia zero do ciclo menstrual*". A professora pergunta mais: "*Tem dia zero?*" O aluno responde: "*Não*" e continua: "*É a primeira hora do primeiro dia*." E concluindo a professora pergunta:

"*Esse número 1, significa o quê, no teu gráfico?*" Ele responde: "*primeiro dia*". Neste momento, o que estava em jogo era a diferenciação entre a variável discreta (dose) e a variável contínua (tempo).

O diálogo mostra que a compreensão do fenômeno construída a partir do vídeo e das discussões, ajuda a superar as dificuldades técnicas. Observamos que a constante transição entre a matemática e o fenômeno real ajuda a responder as questões matemáticas, proporcionando um conhecimento reflexivo.

Para numerar o eixo dos YY, os alunos buscaram naturalmente o valor 120, número indicado na caixinha do Level e também na questão 2-B. Resolvemos não insistir no conceito de contracepção e utilizamos como variável dependente a quantidade da droga. O comportamento do fenômeno não sofreu alteração e nós evitamos a introdução de mais uma dificuldade. Foi uma decisão didática.

A dúvida quanto a melhor maneira de numerar o eixo dos XX aparece em dois diferentes diálogos, que evidenciam, mais uma vez, o quanto a conexão com a realidade pode ajudar na aprendizagem da Matemática. Observamos que existe uma dificuldade em lidar com as mudanças de unidade. Na atividade 1, a unidade a ser usada no eixo XX, é dias e na atividade 2, a opção inicial é hora.

<u>Diálogo 1</u>: descrição feita pelo aluno (A) do modelo gráfico (Figura 7.3) da atividade 2-A, ao professor (P).

A: "*Primeiro eu marquei o primeiro ponto às 20 horas, daí depois eu peguei 12 horas depois e marquei a metade dos 120, que daí, seria 60. Daí marquei mais 12 horas e fiz a metade de 60, deu 30. Depois mais 12 horas, fiz a metade de 30, que é 15, e fui indo assim, marcando os pontos. E daí como a variação ficava meio assim* (mostrou com as mãos uma curva), *então o gráfico é exponencial*."

P: "*Tu achas que é um gráfico exponencial? Por que tu achas que é um gráfico exponencial?*"

A: "*Por que se eu fizesse um ponto entre estes dois* (indicou dois pontos consecutivos, sinalizando em relação ao eixo dos x) *daria um pouco mais abaixo* (mostrando no gráfico aonde seria o ponto) *e não no meio*".

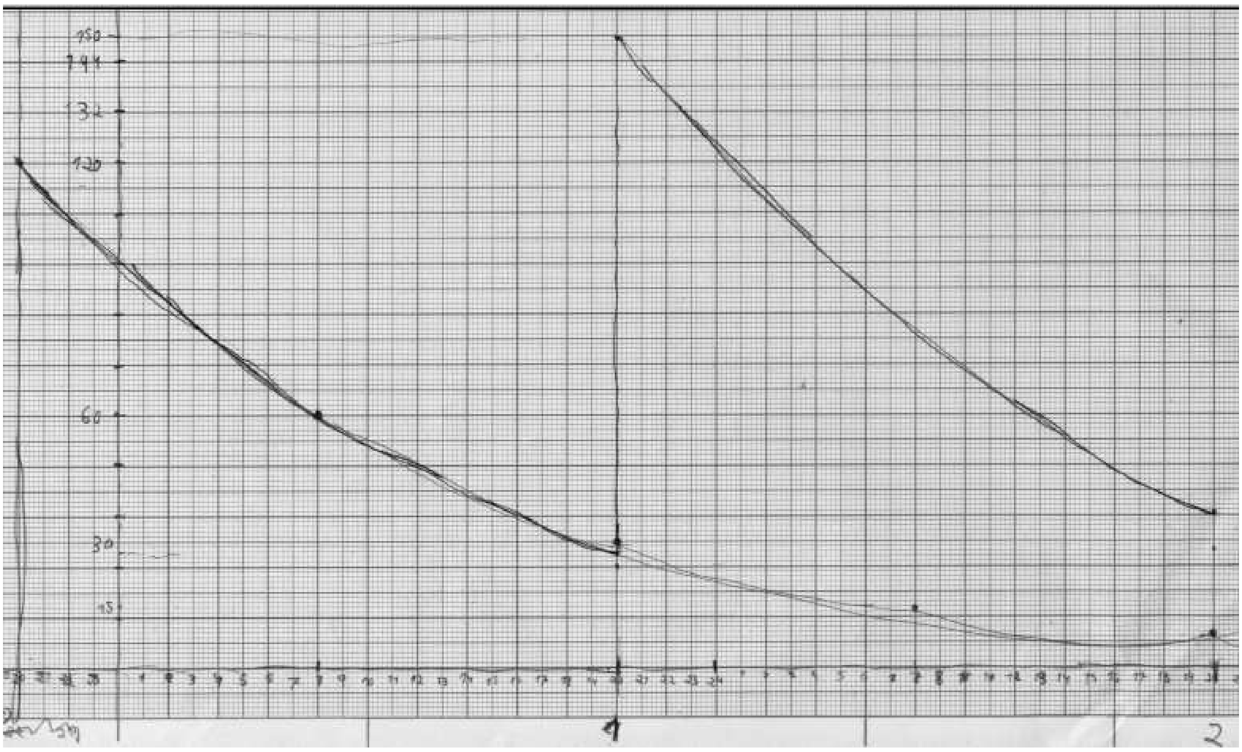


Figura 7.3: Gráfico do exercício 1, Episódio 3, traçado por um dos alunos.

É possível inferir desta explicação que o aluno percebeu o tipo de variação do fenômeno, ligando-a com um conhecimento prévio sobre função exponencial e a forma do gráfico. No entanto, fez confusão com as unidades da variável independente. O gráfico inicia no segundo quadrante e no eixo os números que o representam estão riscados, indicando a dúvida do aluno quanto ao preenchimento. Para o aluno, na origem dos eixos deve estar o número zero, assim marcou ali zero hora.

A Figura 7.3 contém a solução das atividades 2-A e 2-B. O aluno aproveitou o gráfico que representa o decaimento da quantidade da droga contida em um comprimido, para mostrar que esta quantidade cresce com o segundo comprimido, para novamente diminuir durante o segundo dia.

<u>Diálogo 2</u>: explicação sobre a construção do gráfico (Figura 7.4) que traçou na atividade 2-A:

A: "(...) *às vinte horas ela tomou o anticoncepcional, daí a concentração hormonal sobe (...) depois de 12 horas, às oito, mais ou menos aqui* (indica no gráfico) *começa* *a cair, cai a metade e depois de mais doze horas, cai metade disso daqui* (indica no gráfico) *às vinte horas, depois vai caindo a cada 12 horas*."

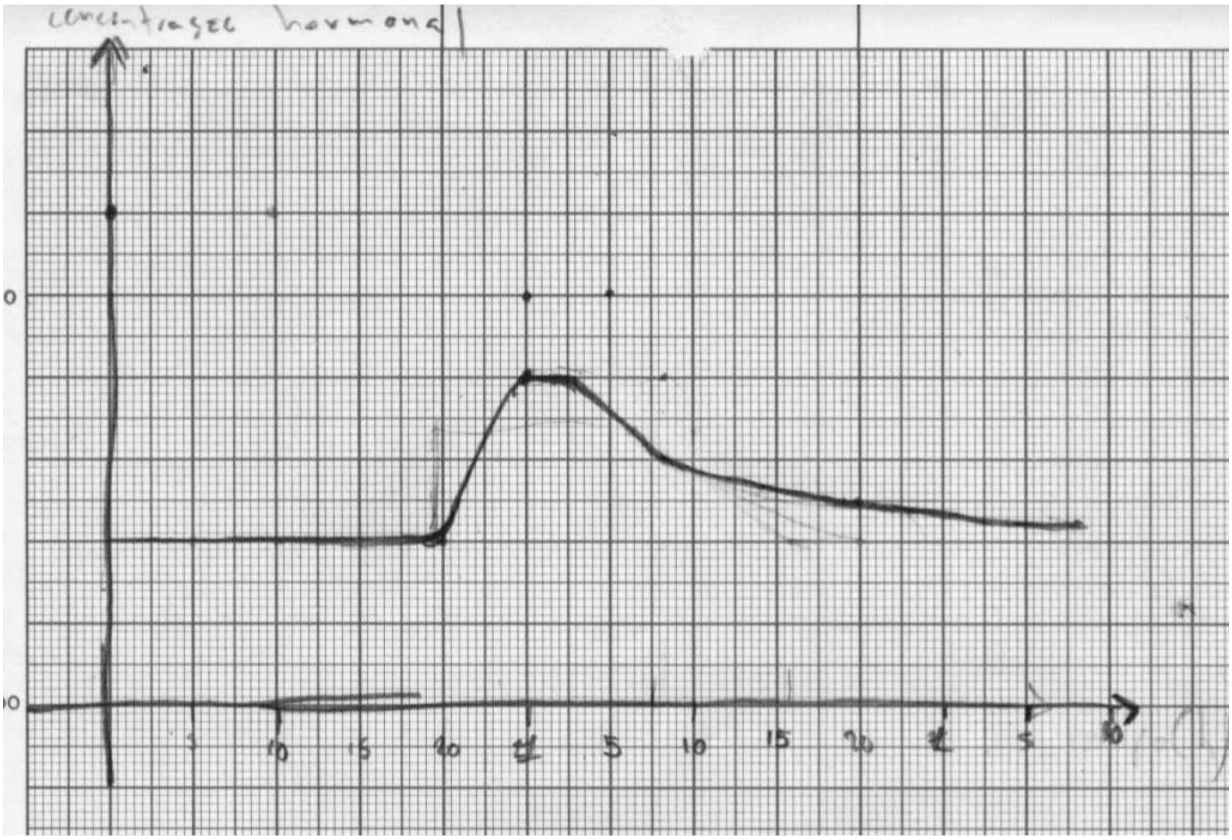


Figura 7.4: Gráfico do exercício 1, Episódio 3, traçado por um dos alunos.

É interessante observar que este aluno iniciou o seu gráfico considerando que a absorção do anticoncepcional não é imediata, isto é, considerou o tempo de absorção do medicamento. Além disso, a representação gráfica do fenômeno (absorção de uma dose única) está correta, dá uma boa idéia do que acontece na realidade. Porém, novamente se observa a dificuldade na numeração do eixo dos XX .

A repetição deste erro, na construção do gráfico, fez-nos perguntar: Se os alunos têm noções de função, conhecem as funções elementares e sabem construir gráficos, por que estão cometendo este tipo de erro?

A resposta pode estar na análise do ensino usual da construção de gráficos, na escola. Em geral, o aluno recebe funções dadas na forma algébrica e é solicitado a traçar seus gráficos. Este traçado se inicia com dois eixos ortogonais que são numerados com os números inteiros ...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3... ou alguma variação com múltiplos de 5, de 10 ou de $\pi/2$, no caso das funções trigonométricas. Em qualquer caso, é absolutamente claro para eles, que o número zero ocupa o ponto de origem do sistema, onde ambos os eixos se cruzam.

No nosso caso, o gráfico não está associado a uma expressão algébrica. Ele é visto como uma visualização de um fenômeno real. Como tal, compreendendo o fenômeno, ele se torna claro. Mas surgem dúvidas sobre a numeração do eixo dos XX, pois o fenômeno inicia quando o primeiro comprimido é ingerido, às 20 horas e 20 horas não é zero. Portanto, para o aluno, este número não pode estar na origem do sistema; além disso, o fenômeno se repete a cada dia o que traz dúvidas sobre a numeração usando horas.

Neste momento uma informação é crucial. O zero do sistema corresponde ao início do fenômeno. Neste caso, t=0 corresponde ao momento do dia (20h) no qual a primeira pílula é ingerida. A variável tempo pode ter como unidades horas, dias ou anos, mas isto não significa que t=o corresponde à 0 horas, ou ao dia zero ou ao ano zero. A numeração do eixo onde estão representados os valores do tempo corresponde ao tempo decorrido desde o início do fenômeno. Se este iniciou às 20 horas, t=1 corresponde a 21 horas, t = 24 corresponde às 20 horas do dia seguinte, t=48 corresponde às 20 horas do segundo dia. Se a observação de certo crescimento populacional foi iniciada com os dados do censo demográfico de 1950, ali temos t=0, e t=10 corresponde a 1960, etc.

Também está relacionado com este tema o problema de uma das alunas que, ao traçar o gráfico exponencial da atividade 1, usou valores numéricos corretos e encontrou uma linha reta, pois como não sabia que números utilizar na numeração do eixo dos YY, utilizou a seqüência de valores numéricos calculados (uma PG decrescente), todos igualmente espaçados, como faz usualmente ao numerar 0, 1, 2, 3,...ou outros múltiplos.

Decorrente do ensino usual de funções, está a pergunta de uma aluna, referente ao gráfico da função da Atividade 2-A. "*Eu sei que é exponencial decrescente, mas a fórmula que eu conheço é* $y = a^{-x}$ *e a minha colega diz que a resposta aqui é*

*$y = (1/4)^x$ . Não estou entendendo*”. Esta situação sugere que o estudo das funções exponenciais está sendo feito a partir de expressões prototípicas, padronizadas, sem muita variação nas representações.

Outras dúvidas decorrem dos novos conceitos introduzidos por fazerem parte do mundo real, como “meia-vida”. Disse um aluno: *“(...) tipo, tinha 10, daí se diminui a metade, fica 5, daí a próxima vez que reduzir à metade vai ficar 2,5 ou vai ficar zero?*” Esta dúvida é logo esclarecida pelo professor: “*Ficará com a metade do que tinha antes, e não do início*”.

É preciso que o professor se prepare muito bem ao iniciar um trabalho contextualizado, pois ele precisa dar conta destes conhecimentos específicos que fazem parte do contexto. Destacamos duas situações em que o agente (P) de ensino fez perguntas com a intenção de induzir elementos de dúvida e de fazer o estudante reorganizar seu pensamento numa maneira que o leve a solucionar o problema.

As situações seguintes aconteceram durante o Episódio 2:
P: “*Se toma uma pílula só, a quantidade cai. E se toma todos os dias?*”
A1: “*Então sobe e cai, sobe e cai*” (faz gestos, oscilando a mão).

P: “*A concentração de droga pode ir para 500? Para 1000, se tomar por muito tempo?*”
A2: “*Não vai porque vai crescendo cada vez menos. Após muito tempo, quase não cresce mais* (mostra o gráfico) *tem uma assíntota aqui em cima: um limite que não vai ser ultrapassado*”.

Estas situações nos mostram que o aluno consegue relacionar o fenômeno com a matemática. Na primeira situação, ainda que através de gestos, o aluno relaciona o fenômeno com o seu gráfico matemático. Na segunda situação, o aluno mostra que consegue relacionar o comportamento da concentração do anticoncepcional com um gráfico e ainda com o conceito de assíntota.

#### 7.2.4. Considerações sobre a experiência

Pôde-se observar ao longo da experiência, o interesse e o envolvimento dos alunos nas atividades e discussões. Concluíram muito bem a parte da modelagem exponencial e de modelagem gráfica, propostas. Com auxílio do professor, chegaram à modelagem algébrica, proposta no Episódio 2. A dificuldade foi aplicar a expressão da Soma da PG, pois eles não tinham conhecimento prévio.

### 7.3. Experiências Didáticas: considerações finais

Ambas as experiências demonstraram que, com relação a esta iniciativa:

a) O vídeo tem potencial para estimular o interesse e a discussão sobre o assunto Educação Sexual e sobre a Matemática, vista como ferramenta importante para entender o fenômeno da absorção de drogas, e em particular a absorção de ACO;
b) A seqüência de ensino traz em si uma proposta de articulação entre conteúdos matemáticos pouco usuais no Ensino Médio;
c) A proposta desenvolve no aluno uma percepção da matemática escolar como útil e com potencial para modelar a realidade.

A experiência na Escola Odila mostrou falhas na formação matemática, podendo-se inclusive, sugerir a necessidade de mudar a sala de aula no sentido de proporcionar situações em que os alunos possam perceber relações entre a Matemática e a vida não escolar. Esta direção do ensino é enfatizada na teoria e nas diretrizes curriculares, mas parece que ainda não está penetrando na prática docente.

A experiência com alunos do Colégio de Aplicação da UFRGS foi mais positiva e evidenciou as possibilidades do ensino público, quando a escola é norteada por um projeto pedagógico sólido. O contrato didático do colégio de Aplicação inclui a participação ativa dos alunos, desde as séries iniciais, em projetos de pesquisa da Universidade. Esta formação em pesquisa contribui para desenvolver jovens curiosos, ativos, participantes, indagadores e receptivos. Neste clima, a experiência permitiu a interação e o diálogo, assim como um acompanhamento mais próximo das atividades e do pensamento dos alunos, servindo para demonstrar o potencial da iniciativa para a aprendizagem da Matemática. Foi criado um ambiente de modelagem, de conversação e discussão, no qual os alunos eram movidos pela curiosidade e pelo interesse no tema, pela vontade de aprender. Fizeram relações com conteúdos já estudados, aplicaram, avaliaram, criticaram e expuseram seus modos de agir e de pensar. Esta experiência fez-nos acreditar ainda mais nesta proposta.

### 7.4. Considerações sobre este capítulo

Tratamos neste capítulo da descrição e análise de duas experiências didáticas que serviram para avaliarmos os aspectos positivos e negativos desta proposta. No capítulo seguinte concluiremos, discutindo as possíveis implicações do presente trabalho para o ensino da Matemática.

# CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos este trabalho, motivadas por inquietações originadas na prática profissional. De que forma pode-se tornar a Matemática mais atraente e mais significativa para os nossos alunos? Que práticas podem ser adotadas para que os alunos percebam a Matemática como uma ciência capaz de participar de discussões e reflexões sobre questões do mundo? Como estimular o interesse pela Matemática?

Estas inquietações geram muitos e diferentes caminhos. Neste caso, optamos pela contextualização dos conteúdos escolares, como uma das vias de realização de ações educativas. Partimos então, da noção proposta por Pais (2002), de que a contextualização é um conceito didático fundamental para a expansão do significado da educação escolar. Na medida em que o aluno compreende o vínculo do conteúdo estudado com um contexto compreensível para ele, passa a entender melhor algumas questões que a disciplina propõe e passa também a valorizá-la.

Nessa perspectiva, encontramos nos documentos do MEC a sugestão de articulação entre as disciplinas escolares e os temas transversais e, entre eles, a Educação Sexual. Assim sendo, formulamos a questão norteadora deste trabalho - **É possível promover a articulação entre Educação Sexual e Ensino de Matemática, na escola?** Orientados por ela, desenvolvemos o trabalho de pesquisa.

A idéia foi elaborar uma proposta didática para criar um ambiente de modelagem, desenvolvendo modelos matemáticos (em nível de Matemática universitária e escolar) para o fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais. O modelo favoreceria o debate das questões em torno do tema sexualidade e possibilitaria o desenvolvimento de diferentes conteúdos matemáticos da grade curricular.

Nessa direção, apoiamos-nos em duas metodologias de pesquisa: o estudo de caso e a modelagem matemática.

O estudo de caso da Educação Sexual no Brasil, descrito no capítulo 2, por um lado, justificou o trabalho, destacando a importância do tema. Por outro lado, contextualizou a proposta, traçando o cenário de uma escola pública brasileira que, como tantas outras, não consegue cumprir as diretrizes do MEC neste sentido. O estudo mostrou a dimensão do problema da gravidez na adolescência no Brasil: do ponto de vista da saúde, a gravidez na adolescência está associada a questões ligadas ao aborto; do ponto de vista social, a gravidez adolescente está intimamente ligada à evasão escolar e a dificuldade de acesso ao mercado de trabalho.

Verificamos também que existe preocupação entre os pesquisadores de diferentes áreas com os assuntos relativos a sexualidade do adolescente. Muitos acreditam que a escola desempenha um papel importante na educação para a sexualidade e que o trabalho de orientação sexual pode contribuir para a prevenção dos diversos problemas ligados a gravidez precoce. Indo ao encontro dessas opiniões, estão algumas propostas de ações por parte dos Ministérios da Educação e Saúde. No entanto, apesar destas diretrizes, este estudo de caso identificou a precariedade com que a escola vem assumindo a sua responsabilidade nestas questões e as dificuldades de implementação de ações inovadoras no contexto escolar. Além disso, viu-se que os estudantes têm interesse em tratar dos assuntos ligados à sexualidade no ambiente escolar, mas que as informações que possuem são insuficientes e de qualidade duvidosa. Em particular, o conhecimento dos jovens a respeito do uso de anticoncepcionais, da variação hormonal e do ciclo reprodutivo feminino é mínimo e insuficiente.

De modo geral, o estudo de caso, permitiu-nos concluir que o tema tem relevância tanto científica como social, que este é um assunto de interesse dos alunos e que a disciplina de Matemática pode tentar participar para contribuir positivamente neste sentido.

Nos capítulos 3 e 4, tratamos da segunda metodologia de pesquisa utilizada neste trabalho: a modelagem matemática, método científico da área de Matemática Aplicada, que permitiu uma compreensão formal e ampla do fenômeno absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários.

A elaboração do modelo matemático seguiu algumas etapas sugeridas por pesquisadores (Bassanezi 2004, Biembengut e Hein 2003 e Ponte 1992), como coleta de dados, problematização, formulação de hipóteses, estudo matemático e validação. Ao final, foi interpretado e validado.

De modo geral, o modelo possibilitou a compreensão do funcionamento do anticoncepcional oral de uso diário do ponto de vista das flutuações hormonais; possibilitou fazer previsões a cerca dos possíveis níveis de concentração do anticoncepcional no corpo; tomar decisões a respeito de eventual esquecimento de um comprimido e explicar questões relativas às altas dosagens.

O passo seguinte foi adaptar este conhecimento, transformando-o em produto didático. Para isto foi necessário tratar das questões teóricas referentes ao ensino e aprendizagem da Matemática, desenvolvidas no capítulo 5. A teoria de aprendizagem do Construtivismo Social deu conta dos aspectos sociais do aprendizado, com destaque para a conversação, a interação e a resolução de problemas de interesse dos educandos. No experimento didático, descrito no capítulo 7, identificamos nos alunos muitas das variáveis que influenciam os processos de ensino e de aprendizagem, tais como as ações, os significados e os propósitos mobilizados nas atividades assim como as visões subjetivas e pessoais sobre o tema.

Complementando esta teorização, estudamos a transformação da informação em conhecimento, evidenciada no ambiente de aprendizagem da modelagem matemática. Este ambiente possibilitou aos estudantes a investigação, a indagação e a reflexão sobre fenômeno da absorção e da eliminação de drogas do organismo humano, em especial do anticoncepcional oral. O modelo matemático do ACO permitiu que o aluno desenvolvesse novos conceitos, fizesse conexões entre conceitos, símbolos e diferentes linguagens, relacionasse idéias matemáticas a uma outra variedade de contextos e, de modo mais geral, desse novo significado à disciplina.

Esta intermediação entre um problema não matemático e um problema matemático, propiciada pelo ambiente de aprendizagem, favoreceu o processo de construção do conhecimento do aluno e as interações com o meio em que vive. Evidenciou desta forma, o papel do estudante no processo ensino-aprendizagem.

A produção didática desta dissertação inclui três produtos. O **modelo matemático simplificado,** elaborado com a linguagem, as ferramentas e os métodos da matemática escolar, explica o mecanismo dos anticoncepcionais e abre caminhos para a compreensão de outros fenômenos. O **vídeo** proporciona um ambiente de discussão, promovendo a verbalização de idéias através de uma linguagem informal. A **seqüência de atividades** favorece a articulação lógica entre diferentes idéias e conceitos (variável, concentração, meia-vida, etc.) de maneira a garantir maior significação para o aprendizado.

A abordagem pedagógica favoreceu a transição entre linguagens: da linguagem mais informal à linguagem simbólica, própria da Matemática. O vídeo foi uma ferramenta importante, pois proporcionou um ambiente de discussão em que as informações e idéias foram compartilhadas, submetidas a uma série de ações, para depois, serem finalmente, transformadas em saber.

A seqüência didática mostrou-se eficiente em criar um ambiente de modelagem matemática. A situação concreta aliada às múltiplas representações ajudou os alunos a visualizarem as relações presentes no fenômeno. As questões reais serviram como justificativa para a análise do domínio, imagem e limites. A análise e a construção de gráficos facilitou a percepção do modo de crescimento da concentração do anticoncepcional no corpo. Esta situação induziu a uma discussão sobre diferentes tipos de crescimento, sobre assíntotas e sobre limites. Além disso, esta discussão esteve sempre vinculada às questões práticas da administração e do uso adequado do anticoncepcional.

Destacamos as diferenças entre as duas seqüências didáticas presentes no texto, a ampla e a reduzida. A versão reduzida é mais simplificada, mais fácil de implementar e, contudo, se mostrou muito envolvente, propiciando a criação do ambiente de aprendizagem interativo desejado, explorando mais o processo de modelagem, competências e habilidades do que conteúdos matemáticos. A versão ampliada, disponível no Apêndice B, por outro lado é mais completa e explora mais os conteúdos matemáticos.

O conceito de variável, conforme foi visto no capítulo 5, é tido como um conceito de difícil compreensão por parte dos alunos. Nesta experiência, no entanto, surgiu naturalmente. A representação das informações na forma de tabelas, por sua vez, favoreceu a generalização e justificou a importância da construção do modelo algébrico. Vimos também que o fenômeno do ACO, por ser expresso por um modelo recursivo discreto, criou uma ótima oportunidade de relacionar funções às progressões e estudar a soma de progressões geométricas.

O modelo permitiu que o aluno percebesse a relação da matemática escolar com outras áreas e contextos. Todas as questões colocadas e discutidas ao longo da proposta didática contribuíram para desencadear o estudo da matemática que o fundamenta. As atividades potencializaram a reflexão sobre a Matemática, sobre o processo de modelagem e também sobre o seu significado social. Os alunos, ao final, passaram a valorizar mais a disciplina, perceberam que os modelos matemáticos auxiliam a compreender a realidade e o papel social desta ciência.

A experimentação demonstrou o potencial desta proposta, porém, como toda atividade que envolve a prática da sala de aula, deixou vir à tona algumas dificuldades.

A experiência na Escola Odila Gay, mostrou as carências da escola, do aluno e dos processos de ensino/aprendizagem como um todo e, em particular, as falhas na formação matemática. Mostrou também, a importância e a necessidade da mudança das práticas escolares, de modo a proporcionar ao aluno um contínuo e constante ambiente de aprendizado interativo, que favorece e exige novas posturas na sala de aula. Do mesmo modo que os alunos necessitam de tempo para desenvolver conceitos e a capacidade de comunicar-se matematicamente, também o necessitam para ambientar-se a uma nova proposta de ensino.

Já, na experiência com os alunos do Colégio de Aplicação, este tipo de dificuldade não se manifestou. Os alunos estavam ambientados e responderam positivamente a todas as etapas da proposta. Esta segunda experiência serviu para demonstrar mais fortemente o potencial desta iniciativa.

Em ambas as experiências, no entanto, os alunos mostraram-se interessados e curiosos em relação às discussões sobre o tema, confirmando deste modo, a adequação desta proposta em termos de contextualização. A experiência, especialmente para os alunos da Escola Odila, trouxe uma mudança na forma de perceber a Matemática. A disciplina passou a ser vista como algo que pode ser relacionado à vida, representando uma primeira mudança na maneira destes alunos encararem a matemática escolar.

Esta pesquisa mostrou, de modo geral, a importância da contextualização e da modelagem para o aprendizado e concluiu que esta metodologia de ensino pode ser uma boa opção para estabelecer conexões da Matemática com os temas da vida. A modelagem matemática se constitui em um caminho para dar sentido e/ou significado ao conhecimento matemático escolar.

A proposta tem potencial para contribuir para as melhorias no Ensino de Matemática, quando contempla e aproxima conteúdos da Matemática escolar, em geral separados – funções e progressões – e desenvolve concepções mais desejáveis para estes conceitos do que aquelas tradicionalmente presentes na escola. Mais do que isto, proporciona o relacionamento da Matemática com a vida e com os fenômenos da natureza, mostrando-a como ferramenta útil para a compreensão do mundo.

Com relação à formação de professores, este trabalho vai ao encontro das recomendações da CAPES (Moreira, 2000) sobre os mestrados profissionalizantes, pois pode ser aproveitado por outros professores, que podem usá-lo na íntegra ou na versão simplificada, adaptá-lo para algum curso ou turma específica, acrescentar ou excluir tópicos, de acordo com o nível ou série com a qual desejam trabalhar e com os objetivos que pretendem alcançar. E ainda, devido à natureza interdisciplinar deste tema, podem elaborar um projeto com professores de outras disciplinas, permitindo uma melhor compreensão e interpretação da realidade vivida, ampliando assim, a dimensão do assunto. Além disso, professores pesquisadores que tenham interesse no tema podem prosseguir os estudos desenvolvendo modelos para os fenômenos da absorção e eliminação dos anticoncepcionais epidérmicos e injetáveis.

No encaminhamento desta proposta, coube ao professor pesquisador e não ao aluno assumir o papel principal no processo da modelagem. No entanto, o professor que se sentir mais seguro ou que tenha alunos já acostumados com este tipo de ambiente e abordagem, pode transferir mais responsabilidades ou tarefas aos alunos. Assim, pode vir a assumir uma postura mais de mediador do que de detentor do conhecimento colocando o aluno ainda mais no centro do processo de construção do conhecimento.

A nosso ver, demonstramos aqui, uma possibilidade de articulação entre a disciplina de matemática, na escola, e os temas transversais. Mais particularmente mostrando a importância que uma abordagem do ponto de vista da Matemática pode trazer em relação à conscientização do uso adequado das pílulas anticoncepcionais.

Podemos, por fim, responder à questão inicial: sim, é possível promover a articulação entre Educação Sexual e Ensino de Matemática na escola. E um caminho possível é o da modelagem matemática do anticoncepcional oral, conforme desenvolvido, descrito e experimentado nesta dissertação, fazendo parte de uma proposta de ensino justificada, contextualizada e bem fundamentada nas teorias e tendências da Educação Matemática.

# REFERÊNCIAS


ABRAMOVAY, M.; CASTRO, M. G.; SILVA, L. B. **Juventude e sexualidade**. UNESCO Brasil, Brasília, 2004.

AGUIAR, A. F. A.; XAVIER, A.; F. S. RODRIGUES, J. E. M. **Cálculo para Ciências Médicas e Biológicas**. São Paulo: Harbra, 1988.

ALMEIDA, M. C.; AQUINO, E. M. L.; E BARROS, A. P. **School trajectory and teenage pregnancy in three Brazilian state capitals**. Caderno Saúde Pública, Rio de Janeiro, v. 22, n.7, p.1397-1409, 2006.

ALMEIDA, T. J. B. **Abordagem dos temas transversais nas aulas de ciências do ensino fundamental, no distrito de Arembepe, município de Camaçari-BA**. Candombá - Revista virtual, v.2, n.1, p.1-13, 2006.

AQUINO, E. M. L. et al. **Adolescência e reprodução no Brasil: a heterogeneidade dos perfis sociais**. Caderno Saúde Pública, Rio de Janeiro, 19 (Sup. 2), p. S377-S388, 2003.
Disponível: http://www.scielo.br/pdf/csp/v19s2/a19v19s2.pdf
Acesso: 20/10/2007.

BARBOSA, J. C. **O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática?** Zetetikè, Campinas, v.7, n.11, p.67-85, 1999.
Disponível em: http://joneicb.sites.uol.com.br/zetetike.pdf
Acesso: 27/08/2007.

________________ **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. IN: Anais da Reunião anual da ANPED, 24, 1-CDROM, Caxambu, 2001-a.

_________________ **Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação**. Bolema, Rio Claro, ano 14, n.15, p. 5-23, 2001-b.

Disponível em: http://joneicb.sites.uol.com.br/bolema.pdf
Acesso: 27/08/2007.

________________ **Modelagem Matemática e os futuros professores**. IN: Anais da Reunião anual da ANPED, 25, Caxambu, 2002.
Disponível em: http://joneicb.sites.uol.com.br/anped2002.pdf
Acesso: 27/08/2007.

BASSANEZI, R. C.; FERREIRA JR, W. C. **Equações Diferenciais com Aplicações**. São Paulo: Harbra, 1988.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2004.

BENET, L. Z.; KROETZ, D. L; SHEINER, L. B. **Farmacocinética: A dinâmica da absorção, distribuição e eliminação dos fármacos**. IN: HARDMAN J. G ET AL. GOODMAN & GILMAN (ED.). As bases farmacológicas da terapêutica. 9ª ed. New York: McGraw-Hill, p. 3-20, 1996.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2003.

BOOTH, R. L. **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra**. IN: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Ed.) As idéias da Álgebra, São Paulo: Atual, p.23-37, 1995.

BORBA, M. C. **A Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. IN: Anais da Reunião anual da ANPED, 27, Caxambu, 2004.
Disponível: http://www.rc.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html
Acesso:02/11/2007.

BRASIL, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCNEM: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.** Brasília: MEC, 2002-a.

______________________________________________ **PCN+: Ensino Médio- orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 2002-b.

______________________________________________**-PCN: Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC, 2002-c.

BRASIL, Secretaria da educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, MEC, 2006-a.

BRASIL, Ministério da Saúde, Secretaria de Atenção à Saúde, Departamento de Ações Programáticas Estratégicas. **Marco teórico e referencial : saúde sexual e saúde reprodutiva de adolescentes e jovens**. Editora do Ministério da Saúde, Brasília, 2006-b.
Disponível:
portal.saude.gov.br/.../cartilha_direitos_sexuais_e_direitos_%20reprodutivos_uma_prioridade_de_governo.pdf
Acesso: 04/09/2007.

BRASIL, Ministério da Saúde, Secretaria de Vigilância da Saúde. **Portal da Saúde**, 2007.
Disponível em: http://portal.saude.gov.br/saude/visualizar_texto.cfm?idtxt=24455
Acesso: 27/08/2007.

CAMARGO, L. **25% dos bebês nascidos hoje são filhos de adolescentes**. ZERO HORA. Porto Alegre. 19/08/2000. Caderno Vida.
Disponível: http://www3.bireme.br/bvs/adolec/P/news/2000/08/2731/gravidez/001.htm

CARNEIRO, V. C. **Mudanças na formação de professores de matemática: um estudo de caso**. Zetetikè, Campinas, v.8, n.13/14, p.81-116, 2000.

CARVALHO, P. C. P. **Um problema "doméstico"**. Revista do Professor de Matemática (RPM), Rio de Janeiro, n. 32, SBM, p.1-9, 1996.

CORRÊA, C. I. M. **Análise da participação de uma escola pública na educação de seus alunos**. Dissertação de Mestrado em Educação, Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2003.

DAVIS, P.; e HERSH, R. **A Experiência Matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

DEMANA, F.; LEITZEL, J. **Estabelecendo conceitos fundamentais através da resolução de problemas numéricos**. IN: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As idéias da álgebra, São Paulo: Atual, p. 70-79, 1995.

DIMENSTEIN, G. **O aborto reduz o crime?** Folha de São Paulo. São Paulo. 12/032007. Caderno Cotidiano.
Disponível: http://pfdc.pgr.mpf.gov.br/clipping/marco-2007/aborto-reduz-o-crime/
Acesso: 04/09/2007.

ERNEST, P. **Philosophy, mathematics and education**. International Journal of Mathematics, Education, Science and Technology, v. 20, n. 4, p.555-559, 1989.

__________ **What is Social Constructivism in psychology of mathematics education.** Philosophy of Mathematics Education Journal, n. 12, 1999.
Disponível: http://www.people.ex.ac.uk/PErnest/pome12/article8.htm
Acesso: 17/09/2007.

FIGUEIRÓ, M. N. D. **A viabilidade dos Temas Transversais à luz da questão do trabalho docente.** Revista de Psicologia Social e Institucional, Londrina, v.2, n.1, jun. 2000.
Disponível: http://www2.uel.br/ccb/psicologia/revista/textov2n12.htm
Acesso: 20/10/2007.

GOLDFEIN, A. M. D. **Hormônios e Inibidores Gonoidais** IN: BERTRAM, G. K. Farmacologia Básica e Clínica, Rio de Janeiro: Koogan S.A., p.462-482, 1988.

GOMES et al. **Nível de informação sobre adolescência, puberdade e sexualidade entre adolescentes**. Jornal de Pediatria, v. 78, n. 74, Rio de Janeiro p.301-308, 2002.
Disponível: http://www.scielo.br/pdf/jped/v78n4/v78n4a09.pdf
Acesso: 25/10/2007.

GUIMARÃES A. M. D. N.; VIEIRA M. J.; PALMEIRA J. A. **Informações dos adolescentes sobre métodos anticoncepcionais**. Revista Latino-americana de Enfermagem, São Paulo, v.11, n. 3, p. 293-298, 2003.
Disponível: http://www.scielo.br/pdf/rlae/v11n3/16537.pdf
Acesso:25/10/2007.

HOLFORD, N. H.; BENET, L. Z. **Farmacocinética & Farmacodinâmica: Seleção Racional da Dose & a Escala Temporal de Ação das Drogas**. IN: BERTRAM G. K. Farmacologia Básica e Clínica, Guanabara, Rio de Janeiro: Koogan, p. 25-77, 1988.

IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). Diretoria de Pesquisas, Departamento de População e Indicadores Sociais. **Censo Demográfico 2000**, Brasília, 2000.
Disponível: http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/contagem/default.shtm
Acesso: 04/09/2007

LIMA, E. L. **Conceitualização, Manipulação e Aplicações: os três componentes do ensino da Matemática**. Revista do Professor de Matemática – RPM, Rio de Janeiro, n.41, p. 1-6, 1999.

____________ **A propósito de contextualização**. Revista do Professor de Matemática – RPM, Rio de Janeiro, n.58, p.28-32, 2005-a.

____________ **Como reconhecer uma função do tipo exponencial**. Revista do Professor de Matemática – RPM, Rio de Janeiro, n.58, p.33-36, 2005-b.

LIMA E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio - Volume 1**. Coleção do Professor de Matemática, SBM, Rio de Janeiro, 2004.

MARKOVITS, Z.; EYLON, B S.; BRUCKHEIMER, M. **Dificuldades dos alunos com o conceito de função**. IN: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As idéias da álgebra, São Paulo: Atual, p. 49-69, 1995.

MICOTTI, M. C. O. **O ensino e as propostas pedagógicas**. IN: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas, UNESP, São Paulo, p. 153-167, 1999.

MITCHELL, E. M. H. et al. **Jovens na Rede Vozes da Geração Digital**. Ipas, Rio de Janeiro, 2005.
Disponível em: http://www.ipas.org.br/arquivos/TeenWeb_finalPT.pdf
Acesso: 27/08/2007.

MORAES, M. S. S. et al. **Formação de Valores no Processo de Ensino de Aprendizagem de Matemática do Ensino Médio: A Pluralidade Cultural e a Orientação Sexual**. IN: PINHO, S. Z e SAGLIETTI, J. R. C. (Org.). Núcleos de Ensino Universidade Estadual Paulista (Livro Eletrônico Institucional), UNESP, São Paulo, p. 450-477, 2007.
Disponível:http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2005/artigos/capitulo%205/formacaodevalores.pdf
Acesso: 25/10/2007.

Moreira, M. A. **Comunicação do Prof. Marco Antônio Moreira sobre orientações da área de Ensino de Ciências da CAPES sobre os Mestrado Profissionalizante**. Sociedade Brasileira de Química, Boletim Eletrônico, n. 231, 2000.
Disponível: http://www.sbq.org.br/publicacoes/beletronico/bienio2/boletim231.htm#8
Acesso: 25/10/2007.

OLSON, A. T. **Difference Equations**. Mathematics Teacher, 81, p. 540-544, 1988.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática; uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PANIZ, V. M. V.; FASSA, A. G.; SILVA, M. C. **Conhecimento sobre anticoncepcionais em uma população de 15 anos ou mais de uma cidade do Sul do Brasil**. Caderno de Saúde Pública, Rio de Janeiro, n. 6, p.1747-1760, 2005.

PASCOTTO, C. R.; SANT´ANA, D. M. G. **Avaliação dos Conhecimentos sobre Métodos Contraceptivos entre Alunas do 1º e 3º Anos do Ensino Médio do Colégio Estadual de Umuarama - Ensino Fundamental e Médio**. Arquivos de Ciências da Saúde da UNIPAR, v. 3, n. 2, p. 143-151, 1999.

PONTE, J. P. **O conceito de função no currículo de Matemática**. Revista Educação e Matemática, APM, Portugal, n.15, p. 3-9, 1990.

___________ **A Modelação no processo de aprendizagem**. Educação e Matemática, APM, Portugal, n.23, p. 15-19, 1992-a.
Disponível: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte(Educ&Mat).doc
Acesso: 20/10/2007.

______________ **The history of the concept of function and some educational implications**. The Mathematics Educator, v.2, n. 3, p. 3-8, 1992-b.
Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/ind_uk.htm
Acesso: 14/09/2007.

_______________**Estudos de Caso em Educação Matemática**. Bolema, Rio Claro, n.25, p. 105 -132 , 2006.
Disponível em: http://www.rc.unesp.br/igce/matematica/bolema/bolema_25.htm
Acesso: 27/08/2007

PONTE, J. P. et al. **O processo de experimentação dos novos programas de Matemática: um estudo de caso.** Lisboa: IIE, 1991.

RADFORD, L. **Some reflections on teaching algebra through generalization**. IN: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. (Eds.), Approaches to algebra. Dordrecht: Kluwer, p.107 – 111, 1996.

SCHOEN, H. L. **Ensinar álgebra elementar focalizando problemas**. IN: COXFORD, A. F., SHULTE, A. P. As idéias da álgebra. São Paulo Atual, p.135-144, 1995.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para Investigação**. Bolema, Rio Claro, ano 13, n.14, p. 66-91, 2000.

STARKINGS, S. **Drug Calculation and the Mathematics required for Nursing**. MSOR Connections, v. 3, n. 4, p.46-49, 2003.
Disponível: www.health.heacademy.ac.uk/resources/articles/sstarkings
Acesso: 20/10/2007.

TELÖKEN, M. A.; DEL PINO, J. C. **Refletindo sobre a prática pedagógica**, IN: Anais do VI Encontro Sobre Investigação na Escola, Rio Grande, 2006.
Disponível: http://www.iq.ufrgs.br/aeq/producao/delpino/resumos/126.pdf
Acesso: 20/10/2007.

THOMAS, J. A.; JONES E. J. **Anticoncepcionais Orais** IN: BEVAN, J. A. Fundamentos de Farmacologia: introdução aos princípios de ação de drogas. São Paulo: Harper & Row do Brasil, pp. 336-341, 1979.

TONATTO, S.; SAPIRO, C. M. **Os novos parâmetros curriculares das escolas brasileiras e educação sexual**: **uma proposta de intervenção em ciências**. Psicologia e Sociedade, Porto Alegre, v.14, n.2, p.163-175, 2002.

TORRES, C. **Os Temas Transversais estão na mira do cotidiano escolar**. Entrevista com Prof. Ulisses Ferreira de Araújo. Revista Simpro Cultura, s.d.
Disponível: http://www.abrae.com.br/entrevistas/entr_uli.htm

Acesso: 20/10/2007.

UNESCO (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura). **Pesquisa Nacional: violência, Aids e Drogas nas Escolas**, 2001.
Disponível: http://www.unesco.org.br/unesco/organizacaoBrasil/index_html/mostra_documento
Acesso: 27/08/2007.

UNESCO (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura). **Educação para saúde é função de todos, diz pesquisa**, notícia, Brasília, 06/02/2007.
Disponível: http://www.unesco.org.br/noticias/ultimas/avalia1spe/mostra_documento
Acesso: 04/09/2007.

URSINI, S.; TRIGUEROS, M. **La conceptualización de la variable em la enseñanza media**. Educación Matemática, México, v. 12, n. 2, p. 27-48, 2000.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis**. IN: COXFORD, A. F., SHULTE, A. P. (Org). As idéias da álgebra. São Paulo: Atual, p. 9-22, 1995.

VILLALOBOS, V. M. **Los derechos económicos, sociales y culturales: El derecho a la educación de las niñas**. Relatório Especial, Comissão de direitos humanos, 2006.

WERTHEIN, J. **Juventude aponta novos rumos para políticas de Juventude**. Jornal O Globo, Rio de Janeiro, 10/04/2004.

WILLIAMS C. L.; STANCEL G. M. **Hormônios e Antagonistas de hormônios**. IN: HARDMAN J. G.; GOODMAN & GILMAN. As bases farmacológicas da terapêutica, 9ª ed. New York: McGraw-Hill. Secção XIII, cap. 57, p. 1045-1067, 1996.

XAVIER, C. M. S. **Da álgebra à enfermagem - um caminho de mão dupla**. Dissertação de mestrado, PUC-SP, 2006.

# APÊNDICE A
# OUTRAS FUNDAMENTAÇÕES: FARMACOLOGIA E FISIOLOGIA

No início deste apêndice fazemos uma breve explanação do funcionamento do sistema reprodutivo feminino, do ponto de vista das flutuações das concentrações hormonais que estão envolvidas no ciclo menstrual e na gestação. Na seqüência, descrevemos o mecanismo de ação dos anticoncepcionais orais, estabelecendo uma relação entre a variação hormonal natural do corpo da mulher e a forma de ação destes anticoncepcionais. Descrevemos, ainda, a composição das pílulas anticoncepcionais mais utilizadas no Brasil, bem como as principais diferenças entre elas.

## A.1. Ciclo reprodutivo feminino

Os ovários são as glândulas sexuais femininas, também chamadas de gônadas (figura A.1). Eles são os responsáveis pela produção das células sexuais femininas, os gametas femininos ou óvulos. Apesar de sua enorme importância na reprodução humana, os ovários apresentam-se ativos na produção dos óvulos e hormônios sexuais por um preíodo relativamente curto da vida da mulher. A produção dos óvulos inicia na puberdade (10 a 14 anos), com a primeira menstruação, acontece aproximadamente uma vez a cada 28 dias e termina na menopausa (por volta dos 50 anos).

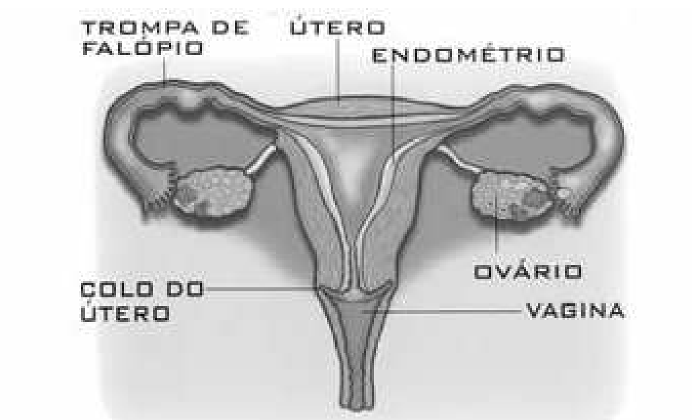



Figura A.1: Órgãos reprodutores femininos
Retirada de:
http://www.esec-tondela.rcts.pt/sexualidade/sistemareprodutorfeminino.htm

Até o início da puberdade os ovários permanecem relativamente em repouso. Somente por volta dos 10 aos 14 anos de idade estes dão suas primeiras manifestações visíveis de funcionamento.

Neste período, os ovários da menina começam a produzir pequenas quantidades de estrógeno[50] (ou estrogênio), hormônio responsável pelo desenvolvimento das características sexuais secundárias femininas, tais como o desenvolvimento da vagina, o crescimento das mamas, a redistribuição de gordura no corpo, o crescimento dos pêlos axilares e púbicos, a menarca (primeira menstruação), entre outras. Com a produção de estrógeno, o corpo da menina se transforma e os contornos típicos femininos começam a se delinear.

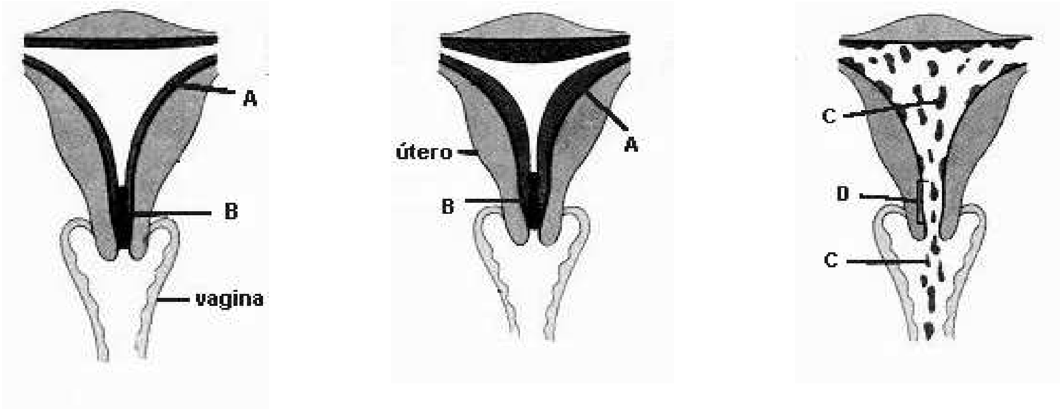
Aproximadamente um ano após estas primeiras manifestações, o estrógeno é produzido em quantidades suficientes para provocar o fluxo menstrual periódico que originará o processo de ciclos ovulatórios e, conseqüentemente, tornar a mulher fértil e apta à reprodução. No entanto, mesmo nos anos férteis da vida da mulher, esta só está apta a engravidar durante um pequeno período de tempo. Este é chamado de período fértil e acontece aproximadamente a cada 28 dias, durante a ovulação, momento em que os ovários liberam o óvulo. A ocorrência periódica deste evento, junto a outras mudanças no corpo, constituem o ciclo reprodutor feminino. Por ser a menstruação a sua manifestação mais evidente, este ciclo é mais comumente chamado de ciclo menstrual (figura A.2).

O ciclo menstrual, cuja manifestação mais evidente são os episódios regulares de sangramento, inicia no primeiro dia da menstruação e tem duração média de 28 dias. Após a menarca, estes episódios cíclicos se repetem ao longo da vida adulta da mulher, durante aproximadamente 40 anos, quando os ovários interrompem a sua função gametogênica[51] e endócrina, provocam o fim dos ciclos menstruais e a cessação do fluxo menstrual, evento fisiológico chamado de menopausa.

[50] O estrógeno também é secretado no fígado, tecidos periféricos e ovários.

[51] Função gametogênica refere-se a uma das funções dos ovários que é a de produzir o gameta feminino (célula reprodutora): o óvulo.

**A: endométrio; B: canal cervical; C: fluxo menstrual; D: eliminação do endométrio através do canal cervical**




(a) (b) (c)

Figura A.2: Corte do útero, mostrando as fases do ciclo menstrual: (a) preparação para a ovulação: o endométrio A começa a crescer; (b) preparação para a implantação: o endométrio A se torna apto para a implantação do óvulo fertilizado; (c) não ocorrendo a implantação, o endométrio descama e é eliminado na menstruação C.
Adapado de: http://www2.hu-berlin.de/sexology/ECS1/tres_fases_i.html

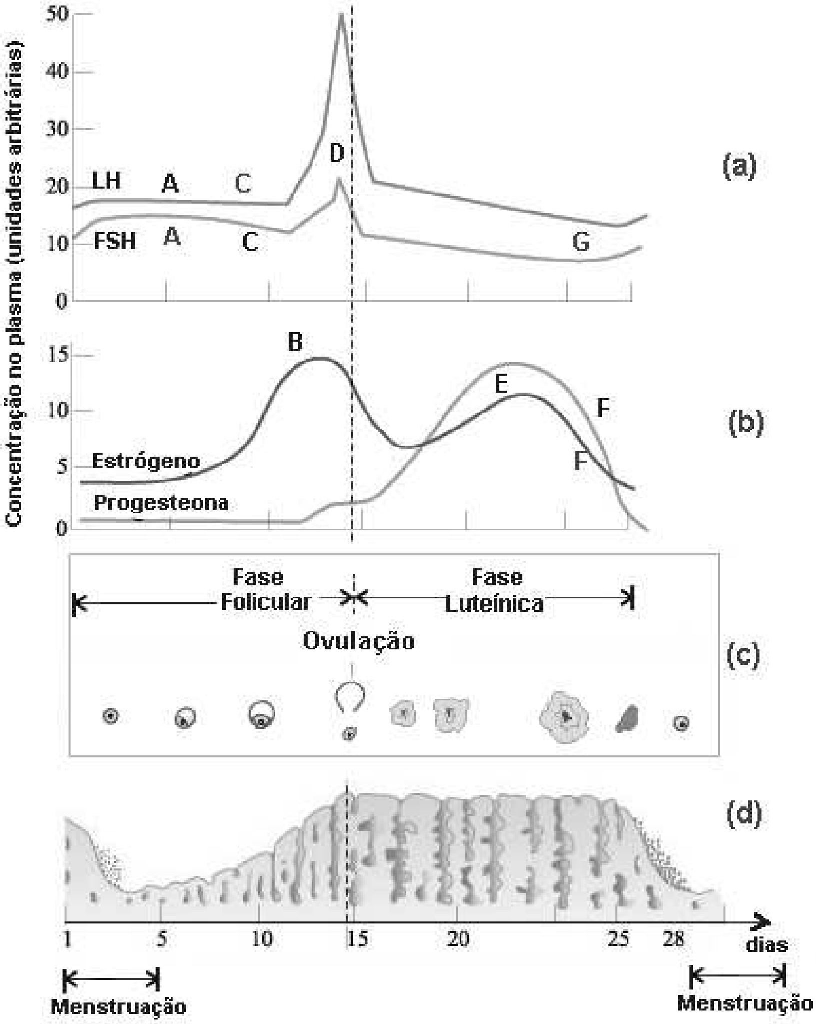
## A.2. Níveis hormonais e ciclo menstrual

O ciclo menstrual nada mais é do que um processo cíclico decorrente da secreção alternada de quatro principais hormônios: estrógeno e progesterona (secretados principalmente nos ovários), Hormônio Luteinizante (LH) e Hormônio Folículo Estimulante (FSH), os dois últimos, secretados pela hipófise[52]. A hipófise é uma glândula endócrina situada na sela túrcica, cavidade óssea localizada na base do cérebro.

No início de cada ciclo, quando a menstruação ocorre, há liberação hipofisária de pequenas quantidades de FSH e LH (pequenos pulsos), que juntos provocam o crescimento e amadurecimento dos folículos ovarianos[53]. O crescimento destes folículos induz o aumento da produção de estrógeno. Este é secretado em uma taxa crescente, estimulando a proliferação endometrial, e atingindo o seu pico aproximadamente na metade do ciclo. A concentração alta de estrógeno inicialmente reduz o pulso de LH e FSH e, em seguida, provoca um aumento súbito – surto pré-

[52] Ou Glândula Pituitária.
[53] O folículo ovariano consiste num óvulo revestido que se desenvolve a partir das células epiteliais germinativas que revestem a superfície do ovário; quando rompe (processo ovulatório), libera o óvulo na cavidade abdominal próximo à trompa uterina.

ovulatório – destes dois hormônios, estimulando a ovulação (ruptura do folículo[54] e liberação do óvulo). Após a ovulação, os elementos residuais do folículo rompido formam o desenvolvimento do corpo lúteo[55] que secreta estrogênio e quantidades elevadas de progesterona com o objetivo de manter a gestação, até que a placenta possa assumir esta função (figura A.3).




A: liberação pulsátil do LH e do FSH;

B: aumento da quantidade de estrógeno;

C: redução dos pulsos de LH e FSH;

D: surtos pré-ovulatórios de LH e FSH;

E: estrógeno e grandes quantidades de progesterona secretados devido à ovulação;

F: não havendo fecundação a concentração de estrógeno e progesterona caem.

Figura A.3: Esquema de um ciclo menstrual normal, de 28 dias, mostrando as flutuações das concentrações hormonais sangüíneas (a) e (b) e os estágios de crescimento do folículo e do corpo lúteo (c), assim como as alterações do endométrio (d), no útero, durante o ciclo menstrual.
Figura adaptada:

http://www.educa.aragob.es/iescarin/depart/biogeo/varios/BiologiaCurtis/Seccion%207/7%20-%20Capitulo%2050.htm

[54] Com o aumento do FSH, vários folículos são estimulados no ovário e assim ocorre o aumento do estrógeno (produzido nos folículos). De uma maneira geral, apenas UM folículo se desenvolve completamente (o folículo dominante) e é este que vai romper no pico de LH para liberação do óvulo.
[55] Corpo lúteo ou corpo amarelo é uma glândula endócrina que se desenvolve no ovário de modo temporário e cíclico após a ovulação, e é responsável pela secreção de progesterona.

**Não havendo fecundação**, os níveis de progesterona e estrogênio caem, provocando a diminuição da produção de LH e FSH, de modo que o corpo lúteo regrida – fase luteínica - (figura A.3(c)), reduzindo por sua vez a produção de progesterona e estrogênio e fazendo com que o endométrio descame, ocorrendo a menstruação e dando início a um novo ciclo.

Uma síntese deste ciclo é apresentado sob a forma de diagrama na figura A.4.

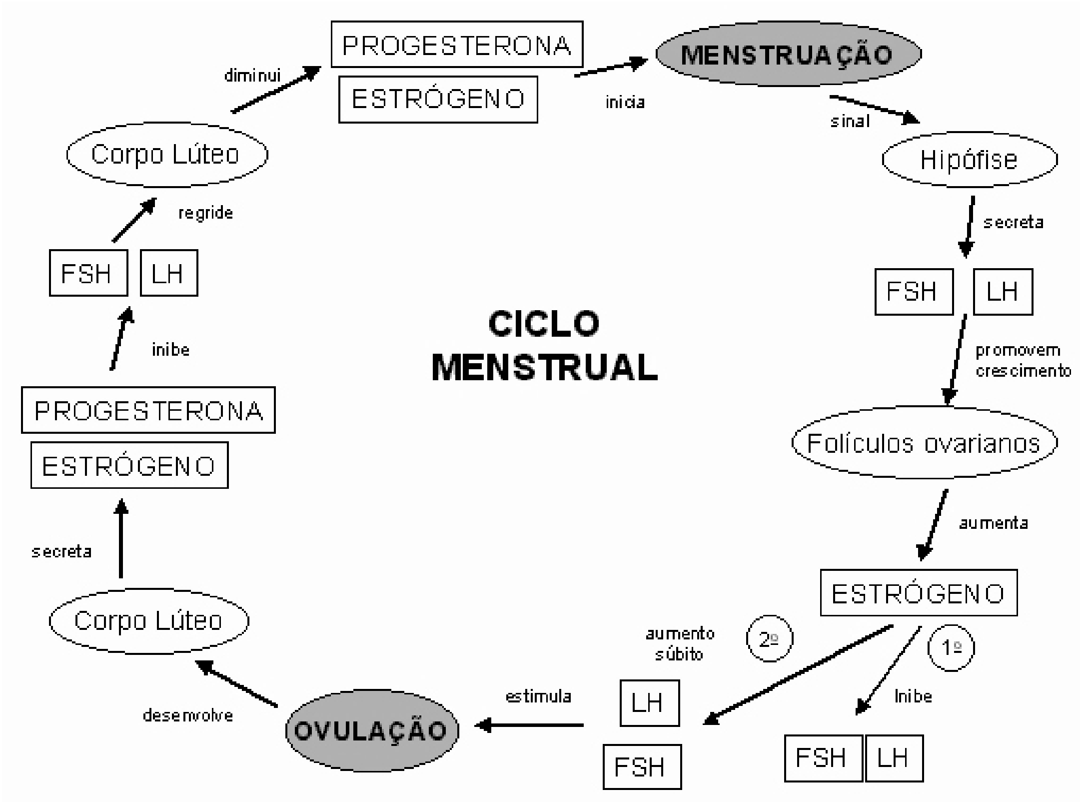



Figura A.4: Diagrama do ciclo menstrual, mostrando a secreção alternada dos principais hormônios envolvidos no processo: LH, FSH, progesterona e estrógeno, quando não ocorre fecundação.

A ovulação ocorre aproximadamente entre 10-12 horas após o pico de LH (reta tracejada vertical nas figuras A.3 (a) e (c)). De uma maneira geral, este período de tempo entre o pico de LH e a menstruação é de 14 dias. Considera-se período fértil (período em que a mulher está mais apta a engravidar) aquele que inicia três a quatro dias antes da ovulação e termina três a quatro dias após a ovulação. Normalmente, para fins de cálculos, considera-se o dia fértil (dia exato da ovulação) como sendo o 14º dia antes do início da menstruação seguinte.

**Quando, durante o ciclo menstrual, ocorre a fecundação**, o embrião atinge o útero e a placenta secreta um hormônio chamado de hCG – Human chorionic gonadotropin – que impede a degeneração do corpo lúteo. Este tem a função de manter a produção de progesterona e estrógeno, hormônios críticos para a manutenção da gestação. A produção ovariana destes hormônios inibibe a produção hipofisária de LH e FSH, impedindo o estímulo de novos folículos ovarianos e, conseqüentemente, a ovulação durante todo o período da gestação. Há assim um bloqueio do ciclo menstrual. No final da gravidez o corpo lúteo se desintegra, diminui a quantidade de progesterona, provocando a contração do útero que facilita a expulsão do feto durante o parto. Após o parto um novo ciclo menstrual se inicia, conforme é possível observar no diagrama na figura A.5.

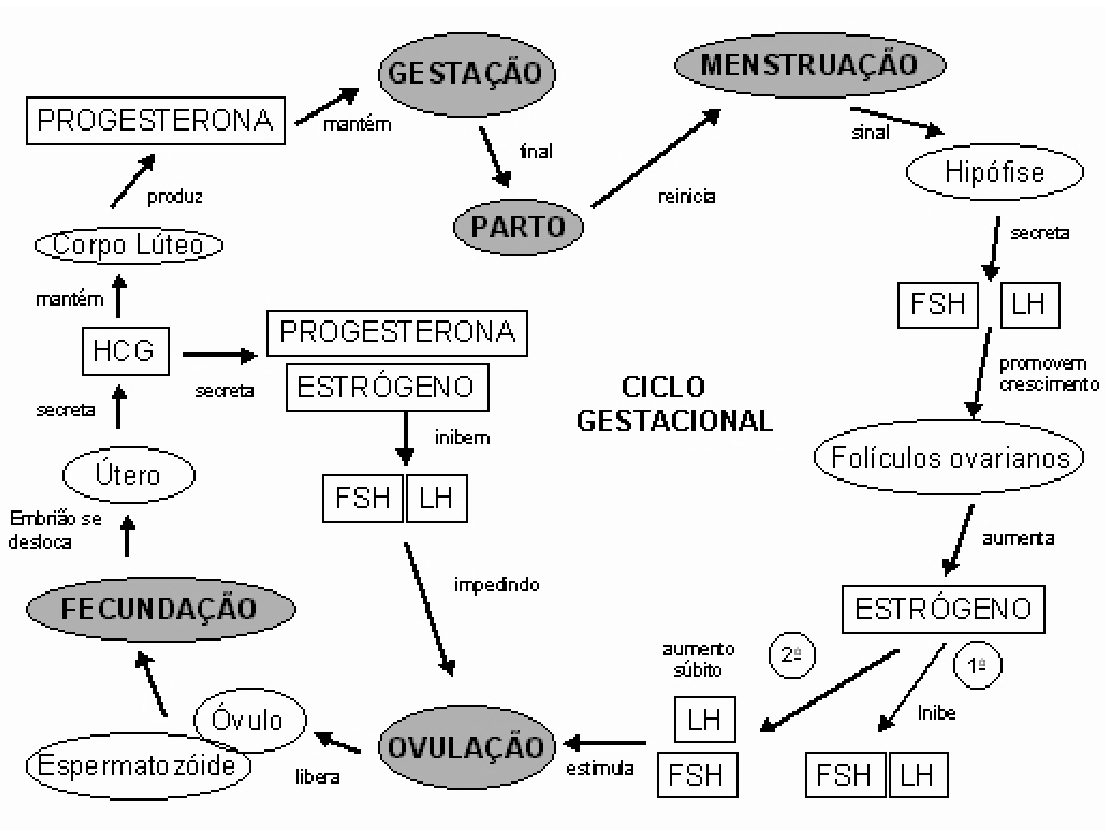



Figura A.5: Diagrama do ciclo menstrual, mostrando a secreção alternada dos principais hormônios envolvidos no processo: LH, FSH, progesterona e estrógeno, quando há fecundação.

Vale lembrar que os hormônios gonadotrópicos, LH e FSH, secretados na hipófise, são produzidos tanto no homem quanto na mulher, mas agindo naturalmente, sobre diferentes órgãos. Os hormônios sexuais, progesterona e estrógeno, secretados pelas respectivas glândulas sexuais (ovários, nas mulheres e testículos, nos homens), também são produzidos por ambos os sexos quando estimulados pelos hormônios gonadotrópicos.

### A.3. Mecanismo de ação dos anticoncepcionais orais (ACO)

Quando, em um ciclo menstrual normal, ocorre a fecundação e conseqüentemente a gestação, o próprio corpo da mulher se encarrega de impedir naturalmente que ocorra uma nova ovulação. Isto acontece porque, durante a gravidez, os altos níveis de hCG estimulam a secreção de progesterona e estrógeno que, por sua vez, inibem a produção de LH e FSH. O principal mecanismo de ação dos anticoncepcionais orais de uso diário é justamente a manutenção de níveis hormonais constantes (progesterona e estrógeno), assim como ocorre durante a gestação.

Os anticoncepcionais ou contraceptivos orais são fármacos que previnem a gravidez e podem ser utilizados em circunstâncias específicas como na prevenção de uma gravidez de risco, no planejamento familiar, controle do crescimento populacional, entre outras. Segundo Goldfien (1988) e Williams e Stancel (1996), apresentam também outros benefícios tais como: a regularização do ciclo menstrual, redução da tensão pré-menstrual, redução da incidência de cistos ovarianos, de câncer ovariano e endometrial e de doenças benignas das mamas.

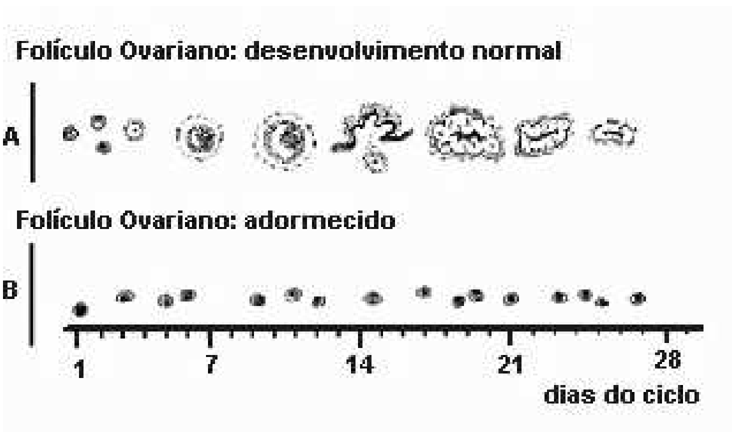



Figura A.6: Desenvolvimento do folículo ovariano em um ciclo normal (A) e com o uso de ACO (B).

Figura adaptada de http--us_i1_yimg_com-us_yimg_com-i-he-wmnimages-pdr-\Women_wmn_art_00020119.htm

Os contraceptivos hormonais, em sua maioria compostos por estrogênio e progesterona sintéticos, agem sobrepujando os hormônios que desencadeiam a ovulação. Estes anticoncepcionais têm a função de manter níveis constantes de progesterona e estrogênio, que inibem a secreção hipofisária de LH e FSH através de um mecanismo chamado de “feedback” (ou retroalimentação), mantendo os óvulos "adormecidos" e impedindo a ovulação (figura A.6).

O comportamento das concentrações de progesterona e estrogênio naturais em um ciclo normal de 28 dias, sem e com o uso de ACO, pode ser visto no esquema da figura A.7, que apresenta as características principais envolvidas. Quando se inicia o uso de ACO, a concentração destes hormônios muda: deixam de existir os picos e o nível de estrogênio e progesterona associados passa a ser constante.

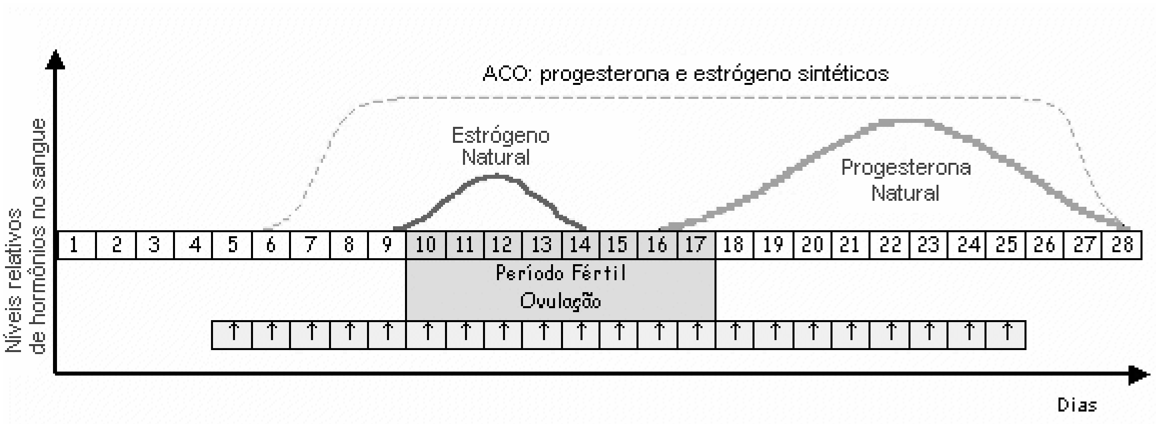



**Figura A.7:** Principais picos de estrógeno e progesterona em um ciclo menstrual normal de 28 dias. O uso do anticoncepcional oral faz com que a taxa de progesterona e estrógeno se mantenha constante evitando que ocorram os picos de concentração destes hormônios.
As setas indicam a ingestão diária de ACO, que inicia no quinto dia do ciclo e tem duração de 21 dias.
(Figura adaptada de Thomas, J. A. & Jones, J. E., 1979)

Os ACOs mais comumente usados no Brasil são os monofásicos, isto é, todos os comprimidos ativos têm a mesma composição e dose de progesterona e estrógeno. A grande maioria contêm 21 comprimidos que devem ser tomados diariamente a partir do primeiro ao quinto dia do ciclo menstural , com pausa de 7 dias e início de uma nova cartela após cada pausa. Este esquema imita um ciclo menstrual de 28 dias, semelhante à média da população.

Quando uma mulher apresenta ciclos menstruais normais (sem ACO), não há um controle perfeito da ovulação, quer dizer, os folículos vêm sendo continuamente estimulados todo o início de ciclo. Assim, quando a mulher menstrua e inicia o uso do ACO, o organismo está preparado para iniciar um novo ciclo e pode haver algum estímulo da hipófise na produção hormonal com resposta ovariana e estímulo dos folículos, já que o ACO demora alguns dias para iniciar a supressão do ciclo hormonal fisiológico. Assim, diz-se que somente há proteção após aproximadamente 7 dias de uso no primeiro mês.

Nos ciclos seguintes, já existe proteção anitconcepcional desde o início. Mesmo com a queda dos níveis de ACO durante a pausa intencional de 7 dias, não há a retomada do ciclo menstrual fisiológico, ou seja, não há estímulo suficiente para que o eixo hipotálamo-hipófise-ovário retome sua função fisiológica. A queda dos níveis hormonais, na pausa de 7 dias entre uma cartela e outra, causa um sangramento que é chamado de “sangramento por privação” (queda da concentração do ACO nos líquidos biológicos) e não um sangramento menstrual, pois o endométrio não vinha sendo estimulado. A retomada da ingestão do ACO volta a elevar os níveis hormonais e faz cessar o sangramento.

Em outras palavras, não há, neste intervalo de pausa do anticoncepcional, uma retomada do ciclo fisiológico e nem estímulo ovariano. A pausa só serve para que haja sangramento e não interfere no bloqueio hormonal causado pelo uso do ACO. Por isto dizemos que há proteção (isto é, a não gravidez está assegurada) desde o primeiro dia da segunda cartela em diante. Uma vez iniciado o uso do ACO e tomado regularmente, depois do primeiro mês, a proteção é contínua.

Quando, por conveniência ou não, a mulher não faz a pausa entre as cartelas, não há uma queda dos níveis hormonais e, portanto, não acontece o sangramento. A pausa não interfere no bloqueio hormonal causado pelo uso do anticoncepcional e, portanto, administrar ininterruptamente duas ou mais cartelas não influencia na proteção assegurada pelo uso contínuo do anticoncepcional.

## A.4. Anticoncepcionais orais mais usados no Brasil

São dois os tipos de preparações para contracepção oral: combinações de estrógenos e progestágenos e terapia contínua com apenas progestágenos. No entanto os mais utilizados e mais eficazes (eficiência de uso de 97% a 98%, segundo Williams e Stancel (1996, p.1060) são os combinados, que contêm os dois tipos de hormônio. Esta combinação de estrogênio e progesterona exerce um efeito contraceptivo impedindo a ovulação pois age reprimindo a liberação dos hormônios LH e FSH.

Os anticoncepcionais orais combinados (tabela A.1), mais utilizados no Brasil, encontram-se disponíveis em diferentes preparações: monofásica, difásica e trifásica. Os mais modernos e mais utilizados estão disponíveis em uma cartela (ou blíster) que contém 21 comprimidos, com as mesmas doses de estrogênio e progesterona. Estes anticoncepcionais orais modernos também são conhecidos como anticoncepcionais de baixa dosagem, pois contêm 30 $\mu$g ou menos de estrogênio. A dose de progestágeno possui maior variação, mas normalmente contém em torno de 0,1 mg ou menos deste componente.

| NOME COMERCIAL | ESTRÓGENO | PROGESTÁGENO |
|---|---|---|
| | etinilestradiol | gestoderno |
| Diminut<br>Femiane | 0,02 mg | 0,075 mg |
| | etinilestradiol | desogestrel |
| Femina<br>Primera | 0,02 mg | 0,15 mg |
| Microdiol | 0,03 mg | 0,15 mg |
| Gracial | azul: 0,04 mg<br>branco: 0,03 mg | azul: 0,025 mg<br>branco: 0,125 mg |
| | etinilestradiol | dospreriona |
| Yasmin | 0,03 mg | 0,03 mg |
| | etinilestradiol | levonorgestrel |
| Microvlar<br>Nordette | 0,03 mg | 0,15 mg |
| Level | 0,02 mg | 0,1 mg |

Tabela A.1: Alguns dos anticoncepcionais combinados mais utilizados n o Brasil.

Os ACOs são usados normalmente durante 21 dias consecutivos durante o ciclo menstrual, que normalmente é de 28 dias. O primeiro comprimido, da primeira cartela é administrado no quinto dia do ciclo e um novo comprimido é ingerido a cada 24 horas até o 25º dia do ciclo. Segue-se então um período de 7 dias de pausa, onde nenhum comprimido é administrado, e reinicia-se outra cartela. O ACO deve ser administrado diariamente para que seja eficaz. Passadas 40-72 horas após a administração do último comprimido de uma cartela, via de regra, ocorre a menstruação.

Os anticoncepcionais orais preparados com apenas progestágeno (tabela A.2) também encontram-se disponíveis em uma cartela que contém comprimidos de mesma dosagem, a serem administrados por 21 dias consecutivos seguido por um período de 7 dias sem uso. Estes anticoncepcionais orais são um pouco menos eficazes que os combinados, com uma eficácia de uso em torno de 96 e 97,5 %, de acordo com Williams e Stancel (1996), p.1062). Quando em baixa dosagem, são conhecidos por minipílulas e contêm 350µg ou 75µg de progestágeno.

| Nome comercial | **PROGESTÁGENO** |
|---|---|
| | Levonorgestrel |
| Postinor-2, Norlevo Pozato, Pilem e Nogravid | 0,75 mg |

Tabela A.2: Anticoncepcionais não combinados mais utilizados no Brasil.

As conhecidas pílulas do dia seguinte, anticoncepcional pós-coito, ou contraceptivo de emergência, são preparados de um comprimido que contém apenas o progestágeno em uma dosagem alta (1,5 mg) a ser administrada até 72 horas após o coito. Sua eficácia varia conforme o tempo que passa entre o coito e a sua administração. Se administrado em até 72 horas pós-coito, sua eficácia (Williams e Stancel 1996, p.1062) é de 90 a 98%.

| Nome comercial | **Composição e Posologia** |
|---|---|
| | Levonorgestrel |

| | |
|---|---|
| Pozato – Uni | 1,5 mg<br>posologia: 1 comprimido até 72 horas após o coito |

Tabela A.3: Anticoncepcional de emergência mais utilizado no Brasil.

Existem, no entanto, esquemas de administração do anticoncepcional de uso diário, que podem ser utilizados como contracepção de emergência (tabela A.4), que consiste na administração de mais de um comprimido dos anticoncepcionais de uso diário, combinados ou não, de baixa ou alta dosagem, tomados em intervalos de 12 horas.

<table>
<tr><th>Nome comercial</th><th colspan="2">Composição e Posologia</th></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Levonorgestrel</td></tr>
<tr><td>Postinor-2<br>Norlevo<br>Pozato<br>Pilem<br>Nogravid</td><td colspan="2">0,75 mg<br>posologia: 2 comprimidos<br>1 compr. até 72 horas após + 1 compr. 12 horas depois do primeiro comprimido</td></tr>
<tr><td></td><td>Etinilestradiol</td><td>Levonorgestrel</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Microvlar<br>Nordette<br>(combinados de baixa dosagem)</td><td>0,03 mg</td><td>0,15 mg</td></tr>
<tr><td colspan="2">posologia: 8 comprimidos<br>4 compr. até 72 horas após + 4 compr. 12 horas depois do primeiro comprimido</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Evanor<br>Neovlar<br>(combinados de dose padrão)</td><td>0,05 mg</td><td>0,25 mg</td></tr>
<tr><td colspan="2">posologia: 4 comprimidos<br>2 compr. até 72 horas após + 2 compr. 12 horas depois do primeiro comprimido</td></tr>
</table>

Tabela A.4: Esquemas de anticoncepção pós-coito mais utilizados no Brasil.

Diferentemente das pílulas comuns, a pílula pós-coital não é apropriada para o uso rotineiro, pois sua alta dosagem produz efeitos colaterais graves de curto e longo prazo. Seu uso é indicado para situações de emergência, como estupro e incesto e, além disso o mecanismo de ação dos mesmos ainda é obscuro e há controvérsias sobre a possibilidade de serem abortivos.

## A.5. Considerações finais

Neste apêndice foi possível compreender o funcionamento do sistema reprodutor feminino do ponto de vista da fisiologia humana. É importante saber como se dão as relações hormonais para poder entender de que forma o anticoncepcional hormonal age no corpo da mulher, como deve ser administrado e por que funciona e assim compreender mais claramente o modelo matemático que o descreve, conforme o desenvolvido no capítulo 5.

# APÊNDICE B
# SEQÜÊNCIA DE ATIVIDADES

As atividades aqui propostas estão fundamentadas nas teorias descritas no capítulo 5 e seguem os objetivos do plano de ensino (capítulo 6). O ambiente de modelagem é promovido segundo as etapas: interação, matematização e modelo matemático, também descritas no capítulo 6.

Esta seqüência de atividades foi desenvolvida para o uso do professor em sala de aula. Ainda que siga a mesma ordenação da proposta reduzida (experimentada e descrita no capítulo 7), difere-se desta por ser mais completa e propor questões novas. A ordenação das atividades é a mesma utilizada na construção do modelo do anticoncepcional desenvolvido na secção 6.6, mas utiliza uma abordagem diferenciada. As atividades são voltadas para o aluno, enquanto que o modelo desenvolvido no capítulo 6 é voltado para o professor.

A idéia é que estas atividades sejam desenvolvidas depois de uma discussão inicial iniciadas pelo vídeo. No entanto, caso o professor não utilize o vídeo, sugerimos que inicie uma discussão antes de dar início às atividades. Esta discussão pode ser promovida pela leitura individual ou em grupos, de textos sobre o tema, por exemplo. Este momento de interação é importante, pois cria a oportunidade para o professor propor as questões problematizadoras que nortearão as atividades. Além disso, estas questões servem de estímulo para o desenvolvimento do modelo matemático e tornam mais clara a importância do ferramental matemático para as explicações de fenômenos não matemáticos.

**Atividade: introdução**

Ao se administrar um medicamento qualquer, este é absorvido pelo corpo, mas, com o passar do tempo, é distribuído e eliminado. Compreender o processo de absorção, distribuição e eliminação de um medicamento é importante para determinar a concentração adequada do medicamento de maneira que se tenha um efeito terapêutico, ao invés de um efeito tóxico. Sabemos que a concentração depende, além de outros fatores, da quantidade da droga administrada e é esta relação que iremos estudar aqui.

O anticoncepcional, assim como outros medicamentos, também é absorvido, distribuído e eliminado pelo corpo. Mas, para tenha o efeito contraceptivo desejado, deve ser administrado de maneira que esteja presente no organismo em quantidades adequadas. Os anticoncepcionais orais, compostos por estrogênio sintético, progesterona sintética, ou ambos, têm a função de manter, na circulação sangüínea, um nível estável destes hormônios e, assim, impedir a ovulação.

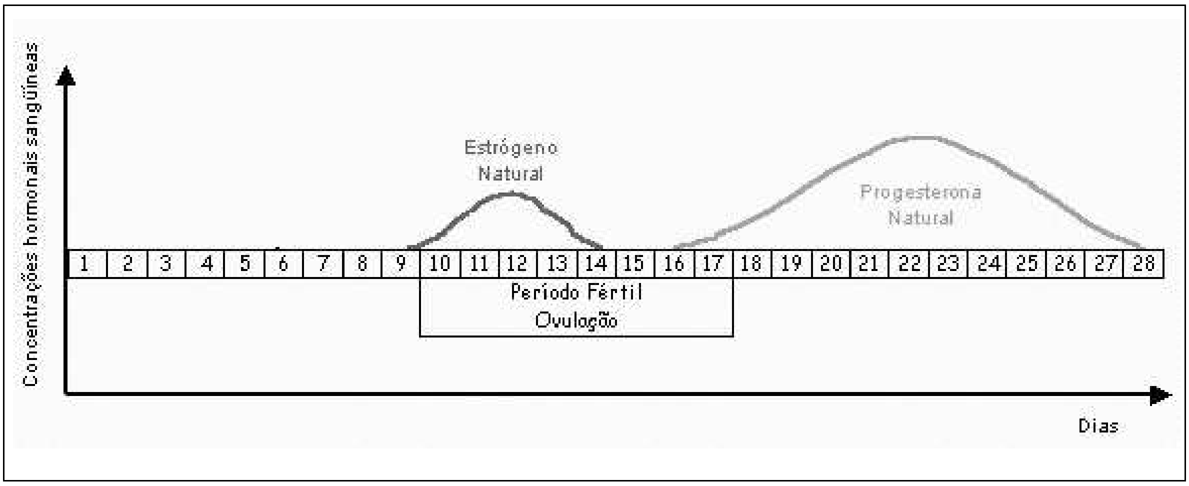
Nesta seqüência de atividades vamos estudar o comportamento da absorção e eliminação de um anticoncepcional (Level®) no organismo e a relação entre a quantidade administrada e seu efeito contraceptivo. Para isto construiremos um modelo matemático que:

a) Descreva o fenômeno da absorção e eliminação deste antioncepcional;
b) Forneça respostas para as questões discutidas anteriormente: 1) O que ocorre se apenas um comprimido for ingerido? 2) Se os comprimidos forem ingeridos diariamente, é possível determinar a quantidade de anticoncepcional no corpo, depois de alguns dias? 3) A quantidade de anticoncepcional cresce indefinidamente, assumindo valores muito grandes, podendo causar seqüelas ao organismo, ou atinge algum limite superior? 4) O que acontece quando uma pessoa toma regularmente suas pílulas anticoncepcionais e se esquece de administrar um dos comprimidos da cartela? 5) Por que o contraceptivo de emergência (CE) não deve ser usado como substituto da pílula anticoncepcional de uso diário (ACO)?
c) Permita tomarmos decisões em caso de uso inadequado.

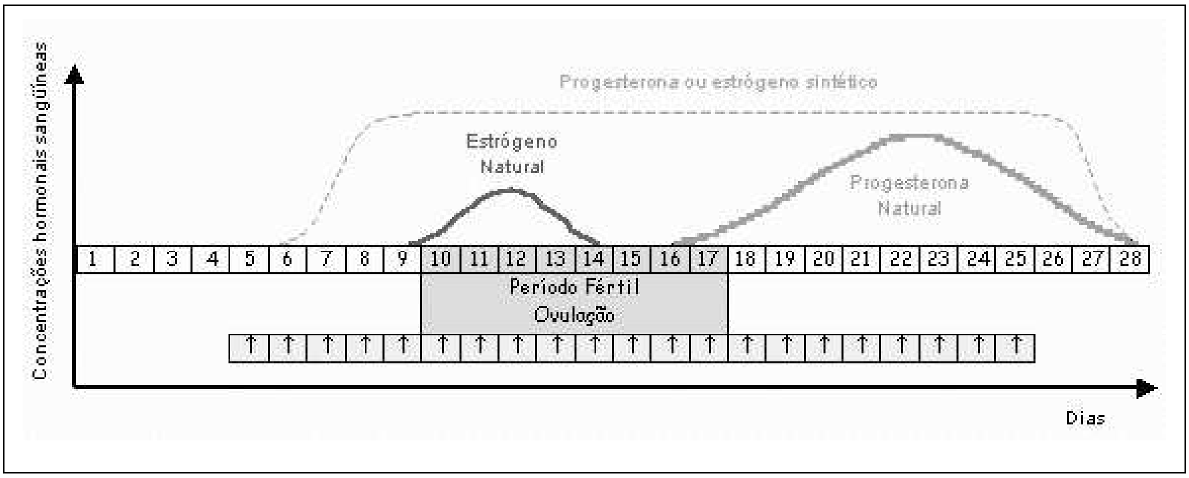
Um dos primeiros passos para modelar uma situação é compreender claramente os fatores envolvidos e obter as informações necessárias para a construção do modelo. Muitas vezes tais informações encontram-se apresentadas na forma de um gráfico, de uma tabela ou de um esquema. Na atividade seguinte daremos os primeiros passos na busca desse modelo matemático, partindo de informações disponíveis na forma de um esquema gráfico e retiradas de um livro da área médica. Ao final de toda seqüência de atividades teremos um modelo completo e estaremos aptos a responder as questões colocadas inicialmente.

**Atividade 1**

Vimos no vídeo um esquema gráfico do ciclo menstrual de 28 dias, de uma mulher normal que não toma anticoncepcional. Este esquema está representado na figura abaixo.




Vimos também que com o uso diário de anticoncepcional o gráfico se transforma. E, no lugar dos picos de estrogênio e progesterona naturais, temos um nível estável destes hormônios sintéticos, de maneira que a ovulação fica impedida de acontecer.



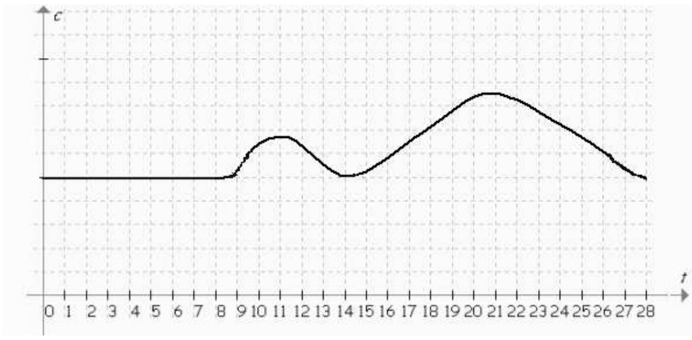

Cada seta da figura indica um dia de administração da pílula anticoncepcional, que inicia no quinto dia do ciclo.

a) Determine quais são as variáveis utilizadas e defina cada uma delas. Qual é a unidade de medida usada para cada variável?

**Solução:** *A variável t refere-se ao tempo decorrido desde o início até o fim de um ciclo hormonal de 28 dias, isto é $0 \leq t \leq 28$ e é medido em dias. A variável c, refere-se às concentração hormonal sanguínea, presente no organismo de uma mulher normal, que não toma anticoncepcional. A concentração é dada em quantidade da droga por litro de sangue.*

b) Estes gráficos apresentados acima foram elaborados na área médica. Usando a linguagem gráfica usual da matemática, refaça o primeiro gráfico.

**Solução:** *No gráfico vamos representar a relação entre duas variáveis c e t:.*




c) No eixo horizontal, o que significa o zero do gráfico? E o 1? E o 2? E o número 28?

**Solução:** *Neste eixo estão os valores da variável tempo. O tempo t=0 corresponde à hora zero do primeiro dia do ciclo menstrual. O tempo t=1, corresponde ao final do primeiro dia. O dia 1 inicia em t=0 e finda em t=1. O intervalo $0 \leq t < 1$ corresponde ao primeiro dia do ciclo.*

*O tempo t=2 corresponde ao final do dia 2. O intervalo $1 \leq t < 2$, corresponde ao dia 2.*

*O tempo t = 28, corresponde ao final do 28º dia. Neste momento terão decorridos exatos 28 dias do início do ciclo. Este gráfico foi feito para um ciclo menstrual de 28 dias.*

*De um modo geral, o dia n é representado pelo interval $n - 1 \leq t < n$. O dia n inicia em $t = n - 1$ e finda em $t = n$.*

d) Existem valores decimais no eixo horizontal? Qual o significado de t= 15,75?

**Solução:** *Sim existem valores decimais no eixo horizontal. O tempo t =15,75 corresponde às 18 horas do dia 16. O 16º dia inicia em t =15 e termina em t=16.*

e) Embora não conheçamos os valores numéricos do eixo vertical, pode-se imaginar que existam ali valores como 120,8 μg?

**Solução:** *No eixo vertical estão os valores da variável c, que representa a concentração hormonal sanguínea. Este valores são dados em μg/l (micrograma de hormônio por litro de sangue). É claro que podemos ter valores expressos em decimais.*

f) Denominamos as variáveis que assumem valores num domínio composto apenas por números isolados, como o conjunto dos inteiros, de VARIÁVEIS DISCRETAS. As variáveis cujo domínio de variação é contínuo, como por exemplo o conjunto dos números reais, são chamadas de VARIÁVEIS CONTÍNUAS. No gráfico acima, analise os dois eixos: as variáveis são discretas ou contínuas?

**Solução:** *As variáveis são contínuas.*

.

**Atividade 2**

Vimos no vídeo e na atividade anterior que existem dois principais hormônios envolvidos no ciclo menstrual e no mecanismo de ação das pílulas anticoncepcionais. Vimos também que a concentração destes hormônios segue um padrão cíclico relacionado ao ciclo menstrual de uma mulher e que o uso diário de anticoncepcional modifica este padrão. Nesta atividade vamos entender de que forma isso: **o que acontece quando uma mulher toma apenas um comprimido de anticoncepcional?**

Iniciaremos lembrando que os alimentos e líquidos, depois de ingeridos, são eliminados pelo corpo. Da mesma forma acontece com os medicamentos: parte é absorvida e parte é eliminada. A forma com que os medicamentos são eliminados do organismo segue um padrão que depende de características particulares de cada droga. Analisaremos então algumas características contidas na bula de um anticoncepcional oral cujo nome comercial é Level.

Sua forma farmacêutica de apresentação é uma caixa, que possui um blíster (ou cartela) com 21 comprimidos revestidos, que devem ser administrados diariamente. Cada comprimido contém 0,100mg (100 $\mu$g) de levonorgestrel e 0,020mg (20 $\mu$g) de etinilestradiol e tem uma meia-vida (MV) plasmática de 12 horas. Isto significa que, passadas as 12 primeiras horas, a quantidade de Level no organismo fica reduzida à metade da quantidade inicial; passadas mais 12 horas, a quantidade se reduz à metade daquela do intervalo anterior.

<u>Observação para o professor</u>: lembramos que desta atividade em diante trabalharemos com a variável quantidade de anticoncepcional, ao invés de concentração. É uma escolha puramente didática e que não interfere no comportamento do fenômeno. Esta decisão já foi discutida anteriormente no capítulo 7.

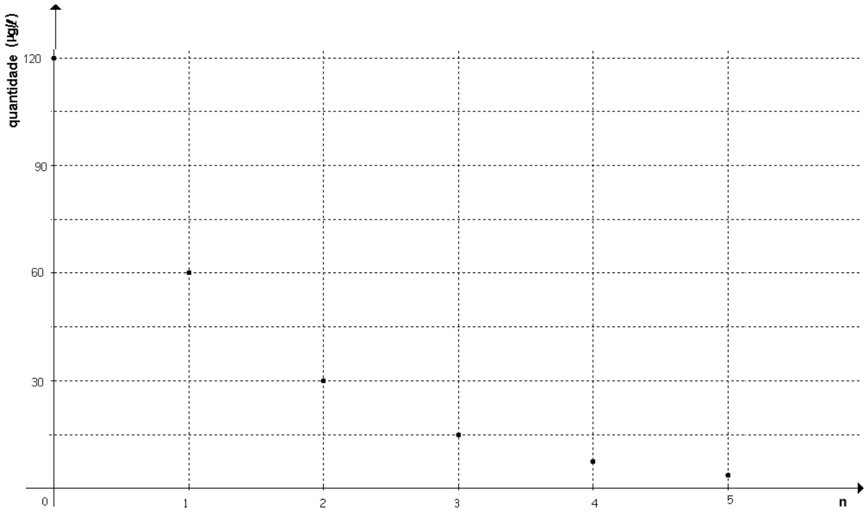
a) Vamos elaborar uma tabela que represente este decaimento. Observe que a coluna da esquerda está representando o tempo decorrido em <u>intervalos de 12 horas</u>!

***Solução:*** *em itálico e hachurado na tabela.*

| Tempo (MV) | Quantidade de Level ($\mu$g) | |
|---|---|---|
| 0 | $a_0 = 120$ | =120 |
| 1 | $a_1 = 120 * \frac{1}{2}$ | = *60* |
| 2 | $a_2 = 120 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2}$ | =*30* |
| 3 | $a_3 = 120 * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2}$ | =*15* |
| | * * * | |
| n | $a_n = 120 * \left(\frac{1}{2}\right)^n$ | |

b) Vamos marcar estes pontos no sistema de eixos cartesianos.

***Solução:*** *No gráfico vamos representar a relação entre o tempo dado em MV e a quantidade de Level presente em cada instante n .*




c) Defina as variáveis envolvidas. São discretas ou contínuas?

**Solução:** *A variável n refere-se aos intervalos de meia-vida. Logo que o anticoncepcional foi ingerido, n=0, após 12 horas (uma MV) n=2 e assim por diante. Não há valor final para n, isto é, n=0,1,2,.... É variável discreta.*

*A variável $a_n$, refere-se à quantidade de droga presente no organismo. Inicia com 120 $\mu$g (quantidade do composto hormonal presente em uma pílula de Level) e tende ao zero, embora não chegue a este valor. Isto significa que, $0 < a_n \leq 120$. É medida em $\mu$g. É variável contínua.*

d) A construção da tabela e do gráfico nos permite responder algumas questões: quando encontramos 120 μg no corpo? E 60 μg?

**Solução:** *No momento da ingestão da pílula existem 120 $\mu$g.*

*Exatamente 12 horas após a ingestão, restam 120/2 = 60 $\mu$g no corpo.*

e) Em que dia existe uma quantidade igual a $a_{10}$ no corpo? E uma quantidade igual a $a_7$ ?

**Solução:** *Temos $a_{10}$ no corpo, no final do quinto dia.*

*Temos $a_7$ no corpo, na metade do 4º dia, quando n=7.*

f) Qual o significado, neste exemplo, do termo $a_0$ ? E do termo $a_n$ ?

**Solução:** *$a_0$ representa a primeira dose: 120 $\mu$g.*

*$a_n$ é o que resta de droga no corpo ao final de n meias-vidas.*

g) Podemos traçar uma linha contínua ligando os pontos do gráfico do item b? Por quê?

**Solução:** *Não, pois a variável independente é discreta.*

Observação para o professor: Observamos que esta seqüência de números $a_0$, $a_1$, $a_2$ ... é uma progressão geométrica decrescente de razão ½. É uma função de variável discreta cuja imagem é um conjunto de pontos isolados. É uma restrição de uma função do tipo exponencial ao conjunto dos números naturais. Sabemos, no entanto, que o anticoncepcional é eliminado continuamente. Desta forma para podermos expressar a quantidade de Level em função de um tempo t qualquer (dado em dias) é preciso fazer uma passagem do modelo discreto para o contínuo. Para isto basta fazer uma mudança de variável: t = 12n, de modo que a seqüência $a_0$, $a_1$, $a_2$ ... esteja contida na imagem da função a(t). Para mais detalhes ver capítulo 6. Esta passagem será feita na atividade seguinte.

**Atividade 3**

Na atividade anterior criamos um modelo discreto de eliminação de um único comprimido de Level. Esse modelo nos permitiu determinar a quantidade de anticoncepcional no corpo a cada intervalo de 12 horas, isto é, a cada MV.

Sabemos, no entanto que o anticoncepcional é eliminado continuamente e não em "saltos" como sugerido por esse modelo. Por isso, vamos criar um modelo de variável contínua para expressar a variação da quantidade de Level em função do tempo.

a) Vamos iniciar fazendo uma associação: corresponder a seqüência de números, $a_0, a_1, a_2$ ... (referente à quantidade de Level presente no organismo) a intervalos de tempo t, <u>em horas</u>, de tal forma que t=0 corresponda a n=0; t=1 corresponda a n=1/12, e assim por diante. Faça isso até t = 12.

***Solução:*** *em itálico na tabela.*

| Qde Level (µg) | $a_0$ | | | | | | | | | | | | $a_1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n (meia-vida) | 0 | 1/12 | *2/12* | *3/12* | *4/12* | *5/12* | *6/12* | *7/12* | *8/12* | *9/12* | *10/12* | *11/12* | *1* |
| t (horas) | 0 | 1 | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* | *10* | *11* | *12* |

b) Responda: t=48 horas corresponde a qual valor de n?

***Solução:*** *48 horas é o equivalente a 4 MV, logo corresponde a n=4.*

c) E o termo $a_5$, corresponde a qual valor de t em horas?

***Solução:*** *$a_5$ corresponde a 5 MV, logo a 5*12 horas = 60 horas.*

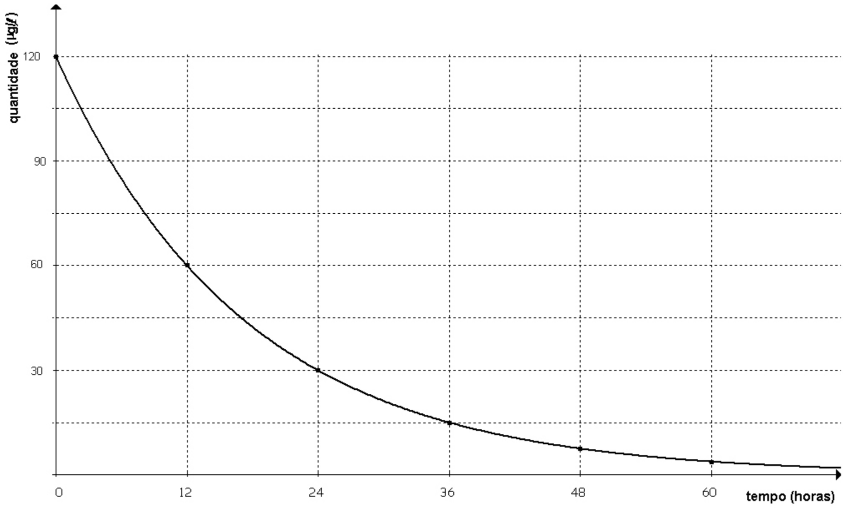
<u>Observação para o professor</u>: lembramos que, ao introduzirmos a variável contínua t, a seqüência de pontos $a_0$, $a_1$, $a_2$, .... deve estar contida na imagem da nova função a= a(t) e que $t \geq 0$ e $t \in \mathbb{R}$.

d) Obtemos desta forma uma nova função a(t) que é contínua para todo t ≥ 0 e pertencente a $\mathbb{R}$. Que função é esta?

***Solução:*** $a(t)=120\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{12}}$

e) Trace o gráfico desta nova função. E não esqueça, o tempo agora deve ser dado em horas!

***Solução:*** *Neste gráfico estamos representando a relação entre o tempo dado em horas e a quantidade de Level, após administrado um único comprimido.*




f) Calcule a quantidade de Level presente no corpo após 48 horas.

***Solução:*** $a(t)=120\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{12}} \rightarrow a(48)=120\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{48}{12}}=7{,}5\mu g$

g) O valor encontrado no item anterior representa qual termo da seqüência $a_0$, $a_1$, $a_2$, ...?

***Solução:*** $a(48)=120\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{48}{12}}=120\left(\frac{1}{2}\right)^{4}=a_4$

h) Sabemos que a pílula anticoncepcional é administrada diariamente. Por isso queremos um modelo que nos dê a quantidade de anticoncepcional presente no organismo de uma mulher a cada dia - e não a cada hora! Podemos então, analisar o gráfico anterior e perceber um padrão <u>em dias</u>. Complete a tabela.

***Solução:*** *em itálico e hachurado na tabela.*

| Tempo (t) (dias) | Total remanescente (µg) | |
|---|---|---|
| 0 | a(0) = 120 | = 120 |
| 1 | *a(1) = 120 . 1/4* | *= 30* |
| 2 | *a(2) = 120 . 1/4 . 1/4* | *=7,5* |
| 3 | *a(3) = 120 . 1/4 . 1/4 . 1/4* | *= 1,87* |
| * <br> * <br> * | * <br> * <br> * | * <br> * <br> * |
| t | $a(t) = 120 \bullet \left(\frac{1}{4}\right)^t$, $t \geq 0$ | |

h) Defina as variáveis envolvidas e identifique suas unidades de medida.

***Solução:*** *A variável t, refere-se ao tempo decorrido desde o momento da ingestão da pílula. Não há valor final para t, isto é, t ≥ 0. É medido em dias;*

*A variável a, refere-se à quantidade de droga presente no organismo. Inicia com 120 µg, a quantidade do composto hormonal presente em uma pílula de Level, e tende ao zero, embora não chegue a este valor. Isto significa que, 0 < a ≤ 120. É medida em µg.*

i) Em qual momento do dia e de qual dia, a quantidade de Level no sangue fica menor do que 1 µg?

***Solução:*** *Basta verificar que se dividirmos a(3) = 1,87 por 2, obtemos 0,94. Ou seja, temos que a partir da metade do 3º dia a quantidade do anticoncepcional já é menor que 1 µg.*

**Atividade 4**

Agora suponha que uma mulher inicie o uso de anticoncepcional, administrando 1 comprimido de Level a cada dia. Também suponha que o organismo dela absorva totalmente a droga, isto é, o corpo dela não elimina nunca o anticoncepcional. Esta é uma hipótese impossível. Vejamos matematicamente por quê.

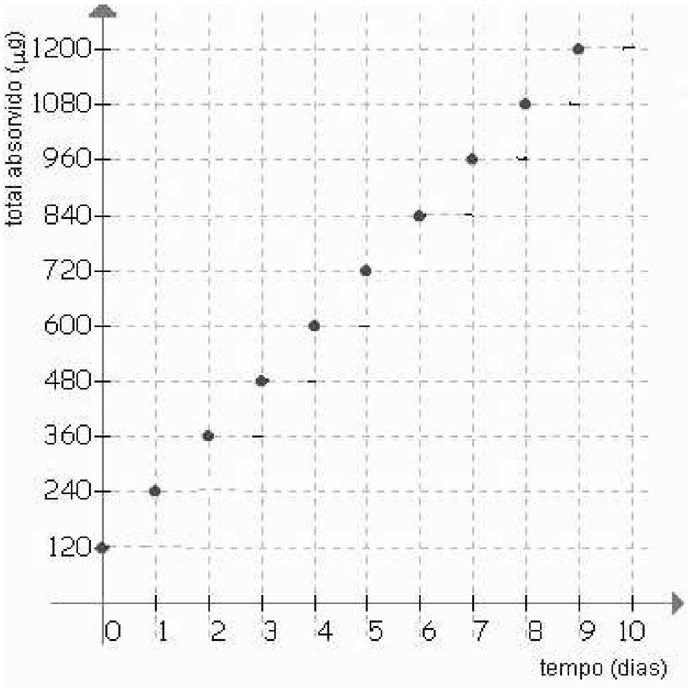
a) Vamos elaborar uma tabela que represente este comportamento.

***Solução:*** *em itálico na tabela.*

| Tempo (dias) | Total absorvido pelo corpo (em μg) | Total presente no corpo (em μg) |
|---|---|---|
| 0 | $a_0 = 120$ | = 120 |
| 1 | $a_1 = a_0 + 120$ | = 240 |
| 2 | $a_2 = a_1 + 120$<br>$a_2 = a_0 + 120 + 120$ | *= 360* |
| 3 | $a_3 = a_2 + 120$<br>$a_3 = a_0 + 120 + 120 + 120$ | *= 480* |
| *<br>*<br>* | *<br>*<br>* | *<br>*<br>* |
| *n* | $a_n = a_{n-1} + 120$<br>$a_n = a_0 + n \cdot 120$ | |

b) Vamos marcar estes pontos no sistema de eixos cartesianos.

**Solução:** *No gráfico vamos representar a relação entre duas variáveis a e n.*




A construção da tabela e do gráfico nos permite responder algumas questões:

c) Quando encontramos 60 µg de Level no corpo? E 840µ g?

**Solução:** *Como esta hipótese é absurda, nada é eliminado, não há como a quantidade presente no corpo ser menor do que 120 µg, portanto quantidade nunca será igual a 60 µg.*

*Quando n=7, isto é quando se ingere o sétimo comprimido tem-se 840 µg.*

d) Em que dia existe uma quantidade igual a $a_8$ no corpo?

**Solução:** *Durante o 9º dia: $a_8 = a_0 + 8..120 = 1080$ µg.*

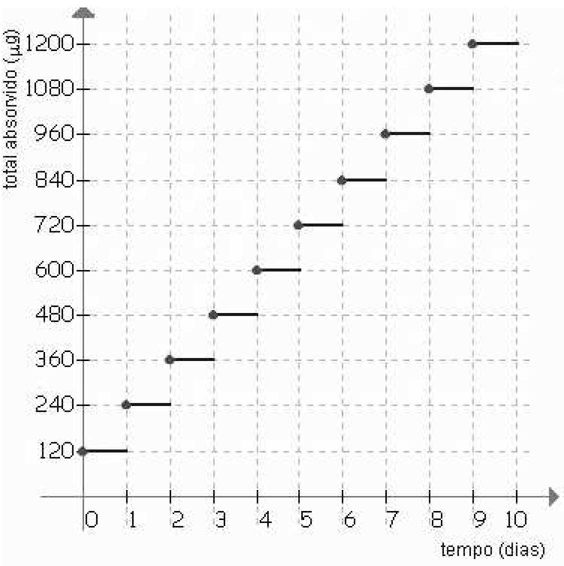
*e)* Qual o significado, neste exemplo, do termo $a_0$ ? E do termo $a_n$ ?

| | |
|---|---|
| **Solução:** | *O termo $a_0$ corresponde à dose 1 de 120 µg, ingerida em n=0 (início do dia 1).*<br>*O termo $a_n$ corresponde à quantidade de droga presente no sangue após a ingestão do (n+1)-ésimo comprimido.* |

<u>Observação para o professor</u>: Observamos que esta seqüência de números $a_{0,}$ $a_{1,}$ $a_2$ ... é uma progressão aritmética crescente de razão 120. É uma função de variável discreta cuja imagem é um conjunto de pontos isolados. É uma restrição de uma função linear ao conjunto dos números naturais. No entanto, segundo este modelo fictício (em que nada é eliminado) a quantidade de anticoncepcional presente no corpo se mantém a mesma até que novo comprimido seja ingerido, quando acontece um "salto" na quantidade de anticoncepcional. Desta forma um modelo mais adequado para este caso seria um que expressasse a quantidade de Level em função de um tempo <u>contínuo</u> t, dado em dias. Este é um exemplo, ainda que fictício, de funções descontínuas. O gráfico que representa tal modelo será construído na atividade seguinte.

f) É importante lembrarmos que neste modelo fictício, o organismo não está eliminando o anticoncepcional, isto é, a quantidade da substância não está diminuindo com o passar do tempo. Com isso devemos refinar o gráfico acima construído. Construa um gráfico que mostre a quantidade de hormônios ingerida e retida no corpo, dia a dia.

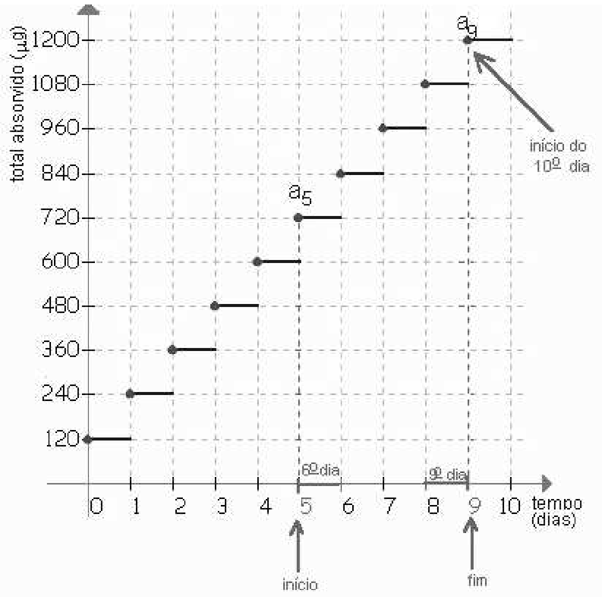
**Solução:** *Variável a, refere-se à quantidade de droga presente no organismo, em cada instante, durante o processo de ingerir pílulas diariamente. Esta variável inicia com 120 $\mu$g, (quantidade do composto hormonal presente em uma pílula de Level) e cresce indefinidamente. Isto significa que a não varia no conjunto dos números reais. É uma variável discreta (a= 120, 240, 360,...), varia aos saltos, em degraus. Os pontos (bolinha fechada, na linguagem de intervalos) representam a quantidade de anticoncepcional no momento em que se ingere uma nova pílula. Portanto durante cada dia a quantidade de hormônio se mantém constante, sendo que no início do dia seguinte, ao se tomar uma nova pílula, ocorre um "salto" da quantidade de anticoncepcional no organismo. Estabeleceu-se aqui, deixar o intervalo final aberto (sem bolinhas) representando o fim de cada dia e o intervalo fechado para o início.*



g) Este gráfico nos permite responder outras questões: qual a quantidade de anticoncepcional presente no organismo no <u>início</u> do sexto dia? E no <u>final</u> do nono dia?

**Solução:** *O início do sexto dia refere-se a quantidade de anticoncepcional presente no organismo depois de tomada a 6º dose:* $a_5 = a_0 + 5.120 = 120 + 5.120 = 720\ \mu g$

*O final do 9º dia refere-se a quantidade de anticoncepcional após a ingestão da 10ª dose:* $a_{10} = a_0 + 10.120 = 1200\ \mu g$.




Observação para o professor: Sugerimos trabalhar nesta atividade dando enfoque maior para a análise gráfica. Como este modelo não representa a realidade, deter-se nele pode trazer confusão para o aluno. O interessante deste modelo é que ele deixa clara a razão do absurdo da hipótese inicial e ainda possibilita a introdução das progressões aritméticas.

**Atividade 5**

Vimos nas atividades anteriores modelos matemáticos que descrevem parte do comportamento da quantidade de Level no organismo ao longo do tempo. No entanto, nenhum destes modelos retrata o que realmente acontece quando se administra o anticoncepcional diariamente. O que ocorre de fato é a administração de uma cartela inteira do anticoncepcional ininterruptamente, durante 21 dias consecutivos.

Sabemos que, ao se administrar um comprimido, com o passar do tempo há uma queda na quantidade da droga e esta queda se dá de forma geométrica (atividade 2). Por outro lado, a cada novo dia é administrado um novo comprimido de forma que haja uma "compensação".

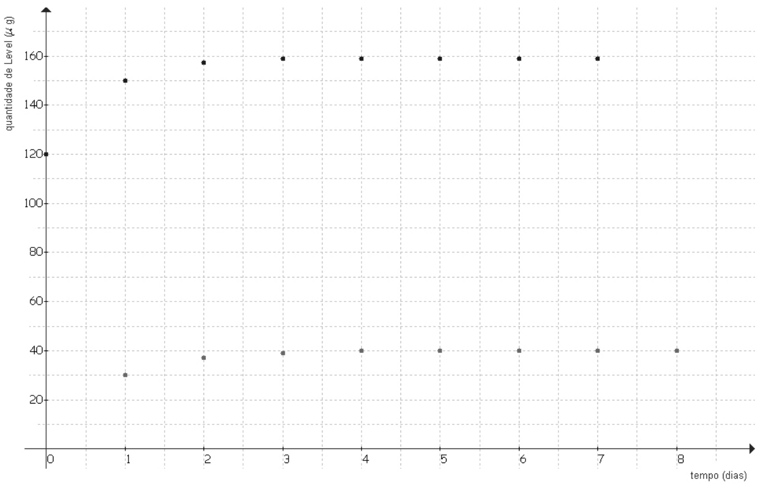
a) Vamos elaborar uma tabela que represente este comportamento. Observe que temos uma coluna que represente o tempo decorrido em dias, e outra que representa as doses.

***Solução:*** *em itálico na tabela.*

| Tempo (dias) | Quantidade residual de Level (μg) | Dose (n) | Quantidade de Level (μg) |
|---|---|---|---|
| | ANTES da dose | | DEPOIS da dose |
| 0 | ------ | 1 | $a_0 = 120$ |
| 1 | $r_1 = 120 / 4$<br>$r_1 = 30$ | 2 | $a_1 = 30 + 120$<br>$a_1 = 150$ |
| 2 | $r_2 = 150 / 4$<br>$r_2 = 37,5$ | *3* | $a_2 = 120 + 37,5$<br>$a_2 = 157,5$ |
| 3 | $r_3 = 157,5 / 4$<br>$r_3 = 39,375$ | *4* | $a_3 = 120 + 39,375$<br>$a_3 = 159,37$ |
| 4 | $r_4 = 159,37 / 4$<br>$r_4 = 39,84$ | *5* | $a_4 = 120 + 39,84$<br>$a_4 = 159,84$ |
| 5 | $r_5 = 159,84 / 4$<br>$r_5 = 39,96$ | *6* | $a_5 = 120 + 39,96$<br>$a_5 = 159,96$ |

b) Construa um gráfico que represente estas seqüências de pontos: $a_0$, $a_1$, $a_2$, ...e $r_1$, $r_2$, $r_3$, ... Faça o gráfico para a ingestão de até 7 comprimidos.

***Solução:***

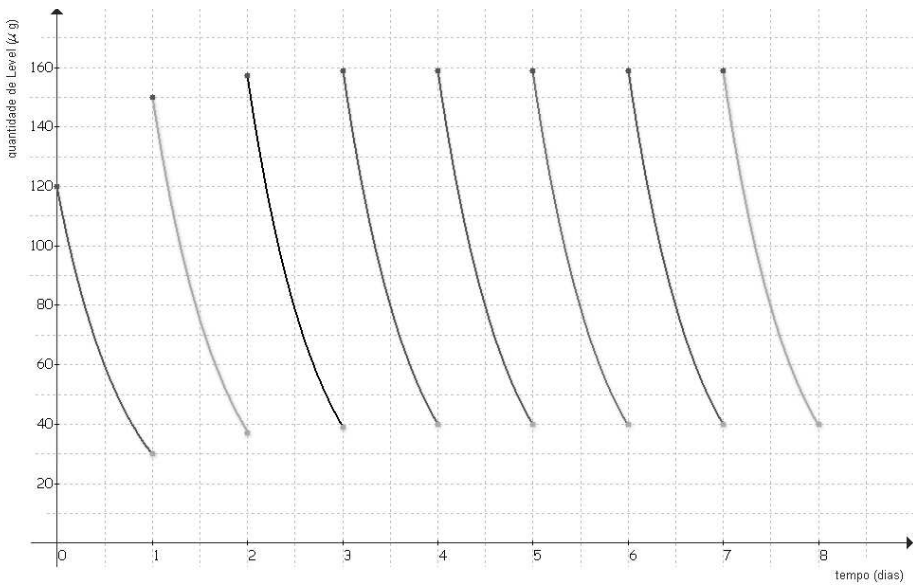



*Os pontos superiores representam a seqüência $a_0$, $a_1$, $a_2$, ... e a quantidade de anticoncepcional a cada comprimido ingerido.*

*Os pontos inferiores representam a seqüência $r_1$, $r_2$, $r_3$, ... e a quantidade de anticoncepcional presente no organismo imediatamente antes da ingestão do comprimido seguinte.*

c) Sabemos, porém que, entre uma pílula e outra, a quantidade do anticoncepcional presente no organismo decai segundo o modelo já encontrado na atividade 2. Complete o gráfico acima com as curvas que representam este decaimento.

***Solução:***



d) Podemos agora responder algumas questões: quanto tempo após ter sido administrado o primeiro comprimido (e antes de ser administrado o segundo), que haverá 60 μg no corpo?

**Solução:** *Estamos nos referindo ao primeiro intervalo de tempo, quando $0 < t < 1$. Logo basta verificarmos que como 60 é a metade de 120, então exatamente uma meia-vida deverá ter passado, isto é, exatamente meio dia.*

e) Três horas após a ingestão do segundo comprimido, qual a quantidade de anticoncepcional ainda estará presente no organismo? Estime um valor a partir do gráfico esboçado anteriormente.

**Solução:** *Três horas equivalem a ¼ de dia. Observando o gráfico anterior observamos que a quantidade de anticoncepcional presente é de aproximadamente 110μg.*

f) Qual o significado, neste exemplo, do termo $a_0$ ? E do termo $a_n$ ?

**Solução:** *O termo $a_0$ corresponde à dose 1 e o termo $a_n$ corresponde à quantidade de droga acumulada no corpo no momento em que se ingere a dose (n+1).*

g) Qual a quantidade de anticoncepcional presente no organismo ao <u>final</u> do sexto dia? E no <u>início</u> do sétimo dia?

**Solução:** *Decorridos 6 dias, antes de tomar a dose 7, restam no corpo $r_6 = 159{,}96/4 = 39{,}99$ μg.*
*No início do sétimo dia, ocorre a ingestão da dose 7, este valor sobe para $a_7 = 39{,}99 + 120 = 159{,}99$ μg.*

h) Quais são as variáveis envolvidas neste modelo?

**Solução:** *A variável t, refere-se ao tempo decorrido, em dias, a partir do momento da ingestão da primeira pílula da cartela (quando t=0), até a 21ª e última pílula (t=20). Para uma cartela de 21 comprimidos, $0 \leq t \leq 20$, embora as doses ingeridas variem de 1 a 21 pílulas: quando t = 0, ocorre a ingestão da pílula 1 (dose 1)e quando t = 20, ocorre a ingestão da 21ª pílula (dose 21).*

*A variável a, refere-se à quantidade de droga presente no organismo, em cada instante, durante o processo de ingerir pílulas diariamente. Esta variável inicia com*

*120 $\mu$g, a quantidade do composto hormonal presente em uma pílula de Level, e vai sofrendo variações devido ao processo de suscessivos decaimentos com sucessivos acréscimos. Pode-se conjeturar que o valor máximo de seja 160 $\mu$g, pois se fizermos todos os cálculos, para as 21 pílulas, vemos que se aproxima, mas não alcança este valor. Portanto:* $120 \leq a < 160$.

i) As variáveis são discretas ou contínuas?

***Solução:*** *Ambas as variáveis são contínuas, isto é, elas podem representar qualquer valor no intervalo do domínio e imagem da função.*

**Atividade 6**

Construímos na atividade anterior um gráfico do modelo que representa a absorção/eliminação de Level quando utilizado diariamente. Foi também construída uma tabela com os valores diários da quantidade de anticoncepcional encontrada no corpo, no início e no fim, do intervalo entre doses.

Nesta atividade vamos buscar uma expressão matemática algébrica que represente este mesmo modelo. Para fins de simplificação consideraremos apenas a quantidade de anticoncepcional do <u>início</u> do intervalo, isto é, a seqüência de números $a_0$, $a_1$, $a_2$, ... e descartaremos a seqüência $r_1$, $r_2$, $r_3$, ... que representa a quantidade de anticoncepcional no final do intervalo entre doses.

d) Complete a tabela abaixo.

***Solução:*** *em itálico e hachurado na tabela.*

| Tempo (dias) | Dose (n+1) | **Quantidade de anticoncepcional** (µg) (LOGO APÓS a administração) | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | $a_0 = a_0$ | $a_0 = 120$ |
| *1* | *2* | $a_1 = \frac{1}{4}a_0 + a_0$ | $=120\left(\frac{1}{4}+1\right)$ |
| *2* | *3* | $a_2 = \frac{1}{4}a_1 + a_0$<br>$a_2 = \frac{1}{4^2}a_0 + \frac{1}{4}a_0 + a_0$ | $=120\left(\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4}+1\right)$ |
| *3* | *4* | $a_3 = \frac{1}{4}a_2 + a_0$<br>$a_3 = \frac{1}{4^3}a_0 + \frac{1}{4^2}a_0 + \frac{1}{4}a_0 + a_0$ | $=120\left(\frac{1}{4^3}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4}+1\right)$ |
| *4* | *5* | $a_4 = \frac{1}{4}a_3 + a_0$<br>$a_4 = \frac{1}{4^4}a_0 + \frac{1}{4^3}a_0 + \frac{1}{4^2}a_0 + \frac{1}{4}a_0 + a_0$ | $=120\left(\frac{1}{4^4}+\frac{1}{4^3}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4}+1\right)$ |
| *<br>*<br>* | *<br>*<br>* | *<br>*<br>* | *<br>*<br>* |
| *n* | *n+1* | $a_n = \frac{1}{4}a_{n-1} + a_0$<br>$a_n = \frac{1}{4^n}a_0 + \frac{1}{4^{n-1}}a_0 + .... + \frac{1}{4}a_0 + a_0$ | $=120\left(\frac{1}{4^n}+\frac{1}{4^{n-1}}+...+\frac{1}{4}+1\right)$ |

Podemos observar na tabela que a expressão entre parênteses na última linha é uma soma dos termos de uma seqüência que segue um padrão: cada termo desta seqüência é igual a ¼ do termo anterior. Logo, a soma entre parênteses é a soma dos (n+1) termos da seqüência: $\left(1, \frac{1}{4}, \frac{1}{4^2}, \frac{1}{4^3}, \ldots, \frac{1}{4^{n-1}}, \frac{1}{4^n}\right)$ .

Podemos facilmente calcular esta soma. Para isto escreveremos:

$$S_{n+1}=120\left(\frac{1}{4^n}+\frac{1}{4^{n-1}}+\ldots+\frac{1}{4}+1\right) \quad \text{e} \quad \frac{1}{4}\bullet S_{n+1}=120\left(\frac{1}{4^{n+1}}+\frac{1}{4^n}+\ldots+\frac{1}{4}\right)$$

Fazemos $S_{n+1} - \frac{1}{4}S_{n+1}$ e obtemos:

$$S_{n+1}-\frac{1}{4}S_{n+1}=120\left(\frac{1}{4^n}+\frac{1}{4^{n-1}}+\ldots+\frac{1}{4}+1\right)-120\left(\frac{1}{4^{n+1}}+\frac{1}{4^n}+\ldots+\frac{1}{4}\right)$$

$$S_{n+1}\left(1-\frac{1}{4}\right)=120\left(1-\frac{1}{4^{n+1}}\right)$$

$$S_{n+1}=\frac{120\left(1-\frac{1}{4^{n+1}}\right)}{\left(1-\frac{1}{4}\right)}=160\left(1-\frac{1}{4^{n+1}}\right)$$

A soma $S_{n+1}$ nos fornece o modelo matemático algébrico que descreve a absorção/eliminação do anticoncepcional Level no organismo. Logo temos o modelo pode ser descrito por:

$$a_n=160\left(1-\frac{1}{4^{n+1}}\right),$$

Onde $a_n$ representa a quantidade de Level no sangue logo após o (n+1)-ésimo comprimido ingerido.

Podemos agora responder algumas das questões propostas inicialmente.

e) Se os comprimidos forem ingeridos diariamente, **é possível determinar a quantidade do anticoncepcional no corpo, depois de alguns dias?** Determine a quantidade de Level presente no organismo de uma mulher logo após a ingestão do 11º comprimido.

**_Solução:_** *Sim. Sempre é possível determinar a quantidade de substância presente no corpo. Para determinarmos a quantidade de Level presente no organismo logo após a ingestão do 11º comprimido, basta fazermos n=10 na equação acima:*

$$a_n = 160\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{(n+1)}\right) \Rightarrow \quad a_{10} = 160\left(1-\frac{1}{4^{11}}\right)$$

$$a_{10} = 160(\text{aproxim.}1) \quad \Rightarrow \quad a_{10} \simeq 160\mu\text{g}$$

f) Agora determine a quantidade de Level presente no organismo de uma mulher logo após a ingestão do último comprimido da cartela.

**_Solução:_** *Neste caso fazemos n=20:*

$$a_n = 160\left(1-\left(\frac{1}{4}\right)^{(n+1)}\right) \Rightarrow \quad a_{20} = 160\left(1-\frac{1}{4^{21}}\right)$$

$$a_{20} = 160(\text{aproxim.}1) \quad \Rightarrow \quad a_{20} \simeq 160\mu\text{g}$$

*E obtemos o mesmo valor.*

g) O que significam estes valores? Podemos afirmar que **a quantidade de Level cresce indefinidamente, assumindo valores muito grandes, podendo causar seqüelas ao organismo, ou atinge algum limite superior?**

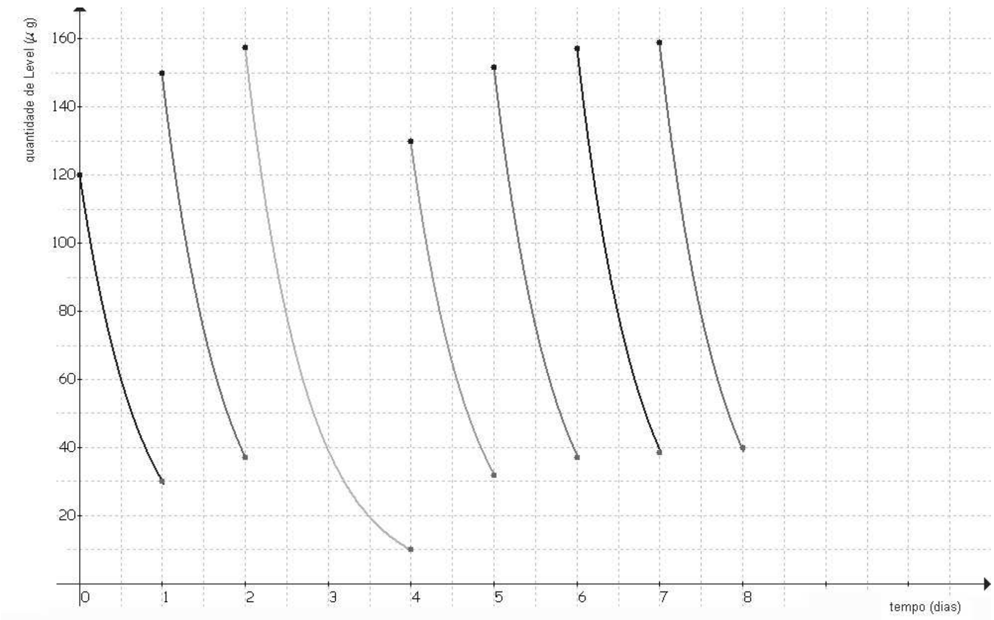
**_Solução:_** *Observamos que existe um limite superior que nos garante que a concentração não cresce indefinidamente para valores extremamente altos e que, por isso, não deve haver intoxicação.*

*Este limite pode ser observado na tabela numérica, no gráfico e no modelo algébrico construído acima.*

Observação para o professor: O professor que desejar pode explorar neste momento a idéia de limite. É fácil observar na equação $a_n = 160\left(1 - \frac{1}{4^{n+1}}\right)$ que, à medida que n cresce, a fração $\frac{1}{4^{n+1}}$ decresce e aproxima-se de zero. Com isso a expressão entre parênteses se aproxima de 1. Em linguagem matemática pode ser escrito: $\lim_{n \to \infty} a_n = 160$.

h) Além disso, podemos nos perguntar: **O que acontece quando uma pessoa toma regularmente suas pílulas anticoncepcionais e se esquece de administrar um dos comprimidos da cartela?** Para responder esta questão, suponha que uma mulher tome os três primeiros comprimidos da cartela, sempre no início da manhã e, no quarto dia ela esqueça de tomar sua pílula anticoncepcional e volte a tomar normalmente apenas 1 dia depois. Como ficaria o gráfico neste caso? Faça um esboço do gráfico que represente esta situação.

***Solução:***




Finalizando podemos ainda responder: **Por que o contraceptivo de emergência ou pílula do dia seguinte não deve ser usado como substituto da pílula anticoncepcional de uso diário?**

Para responder esta questão precisamos de algumas informações técnicas sobre o contraceptivo de emergência: as pílulas do dia seguinte têm em sua composição os mesmos hormônios (progesterona e/ou estrógeno) que a pílula comum e por isso podemos considerar que a meia-vida deste é de 12 horas. No entanto seus comprimidos possuem dosagem alta. Existem, no entanto, esquemas de administração do anticoncepcional de uso diário, que podem ser utilizados como contracepção de emergência (tabela abaixo), que consiste na administração de mais de um comprimido dos anticoncepcionais de uso diário, tomados em intervalos de 12 horas. Com isto surge a questão colocada acima: por que ao invés de se administrar diariamente a pílula não se ingere dose única por mês?

| Nome comercial | **Composição e Posologia** | |
|---|---|---|
| | Etinilestradiol | Levonorgestrel |
| Microvlar<br>Nordette<br>(combinados de baixa dosagem) | 0,03 mg | 0,15 mg |
| | posologia: 8 comprimidos<br>4 compr. até 72 horas após + 4 compr. 12 horas depois do primeiro comprimido | |

Tabela: Esquema de anticoncepção pós-coito.

i) Determine a quantidade de hormônios presente no organismo de uma mulher, logo após a administração da primeira dose da posologia de emergência do anticoncepcional Microvlar.

***Solução:*** *Cada comprimido deste anticoncepcional possui 0,18 mg (180 $\mu$g) de substância ativa e sua indicação de posologia de emergência é de 4 comprimidos na primeira dose. Portanto, logo após a primeira dose a quantidade de hormônio presente no corpo desta mulher é:* $a_0 = 720\ \mu g\ \left(= 4x180\mu\text{g}\right)$.

j) A indicação de emergência sugere que sejam administrados mais quatro comprimidos 12 horas após à primeira dose. Qual a quantidade deste anticoncepcional será encontrada no corpo desta mulher pouco antes da administração da segunda dose?

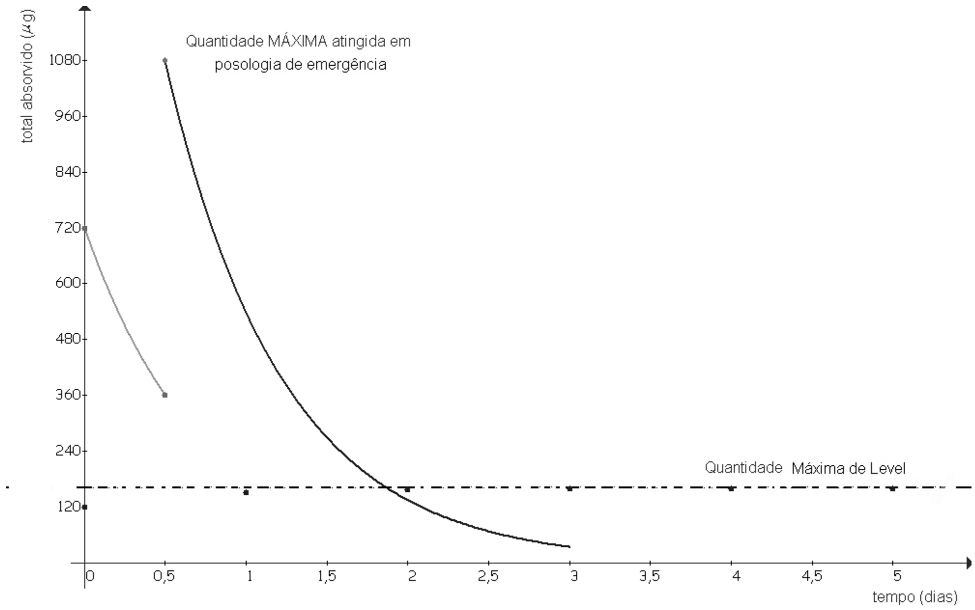
***Solução:*** *Doze horas após a administração da primeira dose (4 comprimidos) terá se passado exatamente uma meia-vida. Isto significa que a quantidade de substância neste momento será de 360 $\mu$g.*

k) E logo após a segunda dose?

***Solução:*** *No item anterior determinamos que a quantidade presente imediatamente antes da dose seguinte é de 360 $\mu$g. Ao se administrar mais 4 comprimidos (720 $\mu$g) a quantidade passa a ser de: 360 + 720 = 1080 $\mu$g. Valor muito superior à quantidade máxima atingida com o uso diário do anticoncepcional!*

l) Faça um esboço de gráfico comparando a concentração máxima atingida com o uso diário de Level e a concentração máxima atingida com o uso do contraceptivo de emergência.

**_Solução:_**




*A linha pontilhada representa a quantidade máxima atingida quando se utiliza o anticoncepcional Level durante 21 dias consecutivos. Os pontos que ligam as curvas cheias do gráfico representam a quantidade do contraceptivo Microvlar quando se faz uso de posologia especial de emergência.*

m) Por que o uso rotineiro da pílula do dia seguinte não é indicado pelos médicos?

**_Solução:_** *Por que a alta dosagem hormonal (muito maior que a máxima atingida com o uso diário do contraceptivo usual) necessária para que o mesmo seja eficaz pode trazer prejuízos para a saúde da mulher.*

# APÊNDICE C

## VÍDEO

# APÊNDICE D
# QUESTIONÁRIO 1

1) Sexo: ( ) masculino ( ) feminino

2) Idade: ( ) 14 – 15 anos ( ) 16 – 17 anos ( ) 18 anos ou mais

3) Estado civil: ( ) casado ( ) solteiro ( ) outros

4) Você já trabalha? ( ) sim ( ) não

5) Você já tem algum filho?
( ) sim , ................. filhos ( ) não

1) Você gosta de vir à escola?
( ) gosto pouco ( ) não gosto ( ) gosto muito

2) Pretende terminar o Ensino Médio?
( ) sim ( ) não

3) Pretende cursar a Universidade?
( ) sim ( ) não

4) A sua Escola fornece informações sobre Educação Sexual?
( ) não ( ) sim, ( ) mas não consigo me lembrar de alguma situação específica
( ) trazendo palestrantes de fora da escola
( ) oferecendo oficinas extra classe
( ) nas aulas, pelo professor de ..........................................................
( ) outros: ..........................................................................................

1) Abaixo estão listados alguns métodos anticoncepcionais.

Marque nas colunas o que você sabe sobre cada um destes métodos anticoncepcionais.

| Métodos anticoncepcionais | pouca informação: apenas ouvi falar | muita informação: conheço a eficácia e sei como se usa | nenhuma informação: não conheço ou nunca ouvi falar |
|---|---|---|---|
| Tabela | | | |
| Condom masculino: "camisinha" | | | |
| Condom feminino | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Diafragma | | | |
| Espermicida | | | |
| Pílula | | | |
| Injeção | | | |
| Implante | | | |
| DIU | | | |
| Esterilização: vasectomia | | | |
| Esterilização: ligadura de trompas | | | |
| Outros métodos | | | |

2) Aonde você obteve estas informações?

( ) pais ou família ( ) amigos, namorado(a) ( ) escola de modo geral
( ) revistas, livros ou jornais ( ) professores
( ) rádio ou televisão ( ) profissionais da saúde ( ) outros

3) O que você acha: é possível engravidar fazendo sexo apenas uma vez?

( ) sim, é possível ( ) não é possível

4) Você acha que a "camisinha" é eficaz na prevenção da gravidez?

( ) sim, mas pouco eficaz ( ) não é muito eficaz ( ) é muito eficaz

5) E, ela pode prevenir contra doenças sexualmente transmissíveis?

( ) sim ( ) não

6) E sobre a pílula anticoncepcional, você acha que ela é eficaz na prevenção da gravidez?

( ) sim, mas pouco eficaz ( ) não é muito eficaz ( ) é muito eficaz

7) Ela pode prevenir contra doenças sexualmente transmissíveis?

( ) sim ( ) não

8) Qual é a sua forma de administração?

( ) via oral ( ) injetável ( ) outras

9) Em que lugares você acha que é possível de adquiri-la?

( ) farmácia ( ) postos de saúde ( ) hospital ( ) escola ( ) outros

10) Ela é fornecida gratuitamente por algum órgão público?
( ) sim ( ) não

11) O que é a menstruação para você? Quando isto acontece? Como acontece e com qual freqüência?

12) O que é o ciclo menstrual? Use palavras ou desenhos para explicar.

1) O que você pensa a respeito da gravidez na adolescência?

2) Você acredita que a gravidez na adolescência é, na maioria das vezes:
( ) desejada por que ....

( ) indesejada por que ....

3) Em relação a adolescentes grávidas. Você acha que:
(pode marcar mais de uma alternativa)
( ) ela é vítima de algum tipo de agressão (verbal ou física) na escola
( ) deve abandonar a escola por estar grávida
( ) tanto a menina quanto o parceiro devem abandonar a escola
( ) a Escola deve tomar medidas disciplinares contra esta aluna
( ) ela deve continuar freqüentando normalmente a escola

4) Um levantamento realizado pelo Ministério da Saúde indica que um número significativo de partos realizados no Sistema Único de Saúde (SUS) são de mães com menos de 19 anos.
Escolha a alternativa abaixo que você acha que representa esta realidade.
a) 10% dos bebês que nascem hoje pelo SUS são filhos de adolescentes.
b) 15% dos bebês que nascem hoje pelo SUS são filhos de adolescentes.
c) 20% dos bebês que nascem hoje pelo SUS são filhos de adolescentes.
d) 25% dos bebês que nascem hoje pelo SUS são filhos de adolescentes.
e) 30% ou mais dos bebês que nascem hoje pelo SUS são filhos de adolescentes.

1) Você gosta de estudar Matemática?

( ) sim, muito pouco ( ) sim, pouco ( ) sim, muito ( ) não gosto

2) Por que você acha que estuda matemática na Escola?

3) As aulas de Matemática para você são:
( ) inúteis por que ...

( ) desinteressantes por que ...

( ) são úteis por que ...

( ) interessantes por que ...

4) Algumas pessoas dizem que estudar Matemática é importante por que a Matemática "está em tudo". Você concorda com esta afirmação? Por quê?
( ) sim, concordo por que ...

( ) não concordo por que ...

5) Você vê alguma relação entre a Matemática e a Educação Sexual? Qual?
( ) não, nenhuma
( ) sim, alguma: .....
( ) sim, muita: .......

6) Você sabe o que é Modelagem Matemática?
( ) não sei o que é e nunca ouvi falar
( ) já ouvi falar, mas não sei o que é
( ) já ouvi falar e acho que é ......................

# APÊNDICE E

## QUESTIONÁRIO 2

1) Sexo: ( ) masculino ( ) feminino

2) As aulas de Matemática para você são: (Complete com a justificativa)

( ) inúteis por que ...

( ) desinteressantes por que ...

( ) são úteis por que ...

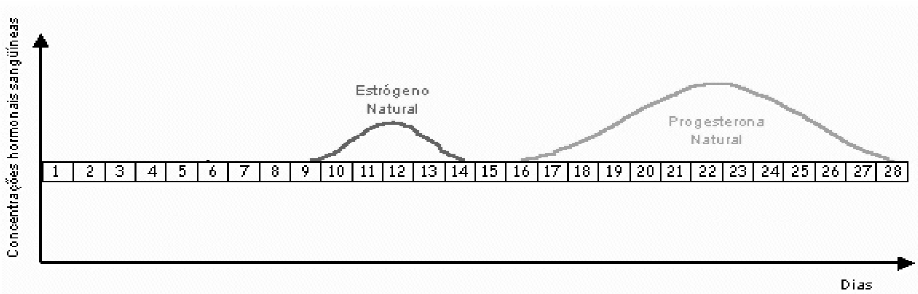
( ) interessantes por que ...

3) Você vê alguma relação entre a Matemática e a Educação Sexual? Qual? (Complete!)

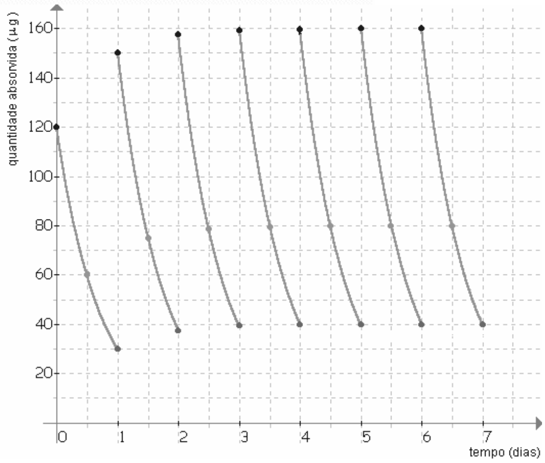
( ) não, nenhuma
( ) sim, alguma: .....

( ) sim, muita: .......

4) Pinte os quadradinhos referentes aos dias férteis e esboce o gráfico referente a concentração de hormônio quando se administra a pílula anticoncepcional de uso diário.




5) O gráfico ao lado representa um modelo da quantidade de um anticoncepcional presente no corpo quando se toma diariamente um comprimido, durante 7 dias. Marque sobre este mesmo gráfico como este ficaria caso ocorra falha de dois comprimidos nos 4º e 5º dias.




6) Por que é pior esquecer de tomar uma pílula do início da cartela do que no fim?

7) Nestas últimas aulas de Matemática a professora procurou mostrar o funcionamento da pílula anticoncepcional através de um modelo matemático. Qual é a importância de construir modelos matemáticos?

8) Sobre estas últimas aulas de Matemática, o que você achou?

( ) inúteis por que ...

( ) desinteressantes por que ...

( ) úteis por que ...

( ) interessantes por que ....